

Apéndice A

Algunos Conceptos Básicos de Análisis de Sistemas

A.1 Introducción

En este apéndice se resumen algunos conceptos básicos sobre análisis de sistemas que se usan en el libro. En concreto se ven algunos modelos matemáticos de sistemas y propiedades, como la estabilidad, que caracterizan su comportamiento dinámico. Cuando se trata del problema de la modelación, el camino más usual a seguir empieza en el uso de las leyes fundamentales que describen los fenómenos implicados en la dinámica de los sistemas y posteriormente se traducen estas leyes a ecuaciones matemáticas. Por su naturaleza, los principios de la física, la química, la biología y muchas otras disciplinas describen cambios dinámicos continuos que se representan mediante derivadas temporales de variables de entrada y salida. De esta forma el proceso de modelación conduce a modelos basados en ecuaciones diferenciales. Otra línea de modelación se basa en la obtención directa de ecuaciones en tiempo discreto, como se ha discutido en el Capítulo 1. En este caso el interés está en tener una relación dinámica entre variables de entrada y salida únicamente en instantes de muestreo. La introducción de computadores digitales ha sido un factor decisivo para el interés en esta segunda línea. De hecho, el caso de procesos gobernados por sistemas de control basados en computadores digitales, como es el caso considerado en este libro, se describe habitualmente en tiempo discreto. En este contexto

puede ser interesante presentar los conceptos básicos de sistemas tanto para el caso de tiempo continuo como discreto y apuntar cómo se obtienen representaciones en tiempo discreto a partir de modelos continuos.

El material resumido en este Apéndice es muy estándar y está ampliamente cubierto en multitud de libros de texto como [Oga67, Oga70, Dor80, Kai80, Che84, AW84, Gop84, Gop88, FPW90, Kuo91, Kuo92, PH93].

A.2 Modelos lineales entrada/salida

Los modelos entrada/salida se obtienen representando las acciones sobre el sistema (entradas) y las respuesta medibles (salidas) y formulando la relación dinámica entre las mismas. Es bien conocido que *sistemas lineales* pueden describir la relación dinámica de una amplia clase de procesos cuando sus entradas y salidas se definen como desviaciones respecto a valores estacionarios. En este apartado se resumen algunas propiedades y herramientas que son útiles para sistemas descritos por ecuaciones diferenciales y ecuaciones en diferencias.

A.2.1 Ecuaciones diferenciales y funciones de transferencia

La relación dinámica de una amplia clase de sistemas con una única salida $y(t)$ y una única entrada $u(t)$ puede describirse mediante una ecuación diferencial de la forma

$$a_m \frac{d^m y}{dt^m} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_n \frac{d^n u}{dt^n} + \dots + b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u. \quad (\text{A.1})$$

Una herramienta importante para el análisis de sistemas es la *transformada de Laplace*, que, para una función del tiempo $f(t)$, con $t \geq 0$, se define en la forma

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt. \quad (\text{A.2})$$

Esta transformación convierte una función temporal en una función de una variable compleja s y, entre otras, satisface las siguientes propiedades:

(a) Para cualesquiera números reales α_1, α_2 y funciones f_1, f_2 :

$$\mathcal{L}\{\alpha_1 f_1(t) + \alpha_2 f_2(t)\} = \alpha_1 F_1(s) + \alpha_2 F_2(s). \quad (\text{A.3})$$

(b) Transformada de las derivadas:

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^n f}{dt^n}\right\} = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \frac{df(0)}{dt} - \dots - \frac{d^{n-1} f(0)}{dt^{n-1}}. \quad (\text{A.4})$$

(c) *Teorema del valor final*: Suponiendo que $sF(s)$ es finito para cualquier valor complejo s :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s). \quad (\text{A.5})$$

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación (A.1) y usando las propiedades (A.3) y (A.4) con condiciones iniciales nulas, se obtiene

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_n s^n}{a_0 + a_1 s + \dots + a_m s^m}, \quad (\text{A.6})$$

que es la denominada *función de transferencia* del sistema.

A.2.2 Ecuaciones en diferencias y funciones de transferencia en la variable z

Consideremos que la dinámica entrada/salida de los sistemas se describe únicamente en los instantes de muestreo $k = 0, 1, 2, \dots$, de forma que el tiempo real es $t = kT$, siendo T el período de muestreo. En este contexto, una amplia clase de sistemas se describe por una ecuación en diferencias de la forma

$$y(k) = a_1 y(k-1) + \dots + a_m y(k-m) + b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n). \quad (\text{A.7})$$

Una herramienta habitual para analizar esta clase de sistemas es la *transformada z* . Para una señal de tiempo discreto $f(k)$, esta transformada se define en la forma

$$\mathcal{Z}\{f(k)\} = F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) z^{-k}. \quad (\text{A.8})$$

Esta transformada convierte una secuencia de tiempo discreto en una función de variable compleja z y, entre otras, tiene las siguientes propiedades:

a) Para cualesquiera números reales α_1, α_2 y secuencias f_1, f_2 ,

$$\mathcal{Z}\{\alpha_1 f_1(k) + \alpha_2 f_2(k)\} = \alpha_1 F_1(z) + \alpha_2 F_2(z). \quad (\text{A.9})$$

b) Transformadas con retardos:

$$\mathcal{Z}\{f(k-n)\} = z^{-n} F(z). \quad (\text{A.10})$$

c) *Teorema del valor final*: Suponiendo que $(z-1)F(z)$ no se hace infinito para ningún valor complejo z de módulo mayor que 1, se cumple:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f(k) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)F(z). \quad (\text{A.11})$$

Tomando la transformada z en la ecuación (A.7) y usando las propiedades a y b anteriores, se obtiene

$$H(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{1 - a_1 z^{-1} - \dots - a_m z^{-m}}, \quad (\text{A.12})$$

que es la *función de transferencia* en z del sistema discreto.

A.2.3 Estabilidad, polos y ceros

Ambas funciones de transferencia $G(s)$ y $H(z)$ son independientes de las entradas y salidas particulares que actúan sobre el sistema y definen la dinámica de éste de forma equivalente a las ecuaciones (A.1) y (A.7) respectivamente.

La *estabilidad* es la característica más básica de un sistema. Para sistemas lineales como los descritos aquí, la estabilidad no depende de cuál es la entrada en particular sobre el sistema. Así podemos considerar las ecuaciones (A.1) y (A.7) con $u(t) = 0$ y $u(k) = 0$ respectivamente y analizar la salida para unas condiciones iniciales dadas. La estabilidad tiene que ver con la capacidad de esta salida para converger a cero, tal como se establece en las siguientes definiciones:

- Se dice que los sistemas (A.1) y (A.7) son *estables* cuando las salidas no forzadas permanecen acotadas para cualquier conjunto de condiciones iniciales no nulas.

- Se dice que los sistemas (A.1) y (A.7) son *globalmente asintóticamente estables* cuando, para cualquier conjunto de condiciones iniciales no nulas, las salidas no forzadas satisfacen, respectivamente,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0 \quad \text{y} \quad \lim_{k \rightarrow \infty} y(k) = 0.$$

- Se dice que los sistemas (A.1) y (A.7) son *inestables* cuando las salidas no forzadas crecen de forma no acotada para cualquier conjunto de condiciones iniciales no nulas.

Las anteriores funciones de transferencia $G(s)$ y $H(z)$ se escriben como cocientes de polinomios:

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}; \quad H(z) = \frac{N'(z)}{D'(z)}. \quad (\text{A.13})$$

Las raíces de $N(s)$ y $N'(z)$ son los ceros y las raíces de $D(s)$ y $D'(z)$ son los polos de los sistemas (A.1) y (A.7) respectivamente.

Los polos son cruciales para caracterizar la respuesta del sistema y define los siguientes *criterios de estabilidad*:

- El sistema (A.1) es estable si y solo si todos los polos tienen parte real no positiva y los polos con parte real cero son simples.
- El sistema (A.1) es globalmente asintóticamente estable si y solo si todos los polos tienen parte real negativa.
- El sistema (A.1) es inestable en cualquier caso distinto a los dos anteriores.
- El sistema (A.7) es estable si y solo si todos los polos tienen módulo menor o igual que 1 y los polos de módulo 1 son simples.
- El sistema (A.7) es globalmente asintóticamente estable si y solo si todos los polos tienen módulo menor que la unidad.
- El sistema (A.7) es inestable en cualquier caso distinto a los dos inmediatamente anteriores.

Aunque la influencia de los ceros en la respuesta no es tan crucial como la de los polos, existe un aspecto a destacar. Consideremos el *inverso* del sistema, esto es el proceso obtenido intercambiando entre sí la salida y la entrada del sistema inicial. Para el sistema inverso, podemos también considerar las anteriores definiciones de estabilidad. En particular, los sistemas con un *inverso inestable* son aquéllos que pueden necesitar una entrada no acotada para producir una cierta salida acotada dada arbitrariamente. De acuerdo con los anteriores criterios de estabilidad, el sistema (A.1) tiene un inverso inestable si tiene al menos un cero con parte real positiva. El sistema (A.7) tiene un inverso inestable si tiene al menos un cero de módulo mayor que la unidad.

Por su naturaleza, la clase de sistemas con un inverso inestable plantea problemas específicos y difíciles para los sistemas de control que pretenden dirigir la salida a través de trayectorias. Estos problemas han sido identificados en el Capítulo 3 para el caso del control predictivo y resueltos en el Capítulo 4 introduciendo la estrategia extendida.

A.2.4 Respuesta temporal

Una vez analizada la estabilidad, una forma de caracterizar la respuesta dinámica de un sistema es obtener la historia temporal de la salida producida por ciertas señales usadas como test. Típicamente, estas señales son impulsos o escalones.

Para sistemas continuos, un impulso se representa formalmente mediante la función generalizada δ de Dirac, cuya respuesta $g(t)$ es la transformada inversa de Laplace de la función de transferencia $G(s)$. Conociendo la *respuesta impulsional* $g(t)$, la salida $y(t)$ para cualquier entrada $u(t)$ se expresa, suponiendo condiciones iniciales nulas, mediante el denominado *producto o integral de convolución*

$$y(t) = \int_0^t g(\tau)u(t - \tau)d\tau. \quad (\text{A.14})$$

Para sistemas de tiempo discreto, un impulso se representa por una secuencia cuyos valores son nulos excepto para el instante inicial, en el que el valor es 1. La *respuesta impulsional* $h(k)$ es la transformada en z inversa de la función de transferencia $H(z)$. Conociendo $h(k)$, la secuencia de salida para cualquier entrada $u(k)$, suponiendo condiciones iniciales nulas,

se expresa mediante el *producto o sumatorio de convolución*

$$y(k) = \sum_{i=0}^k h(i)u(k - i). \quad (\text{A.15})$$

Cuando se aplica un escalón a un sistema (A.1) asintóticamente estable, la salida $y(t)$ converge a un valor estacionario. Usando el hecho de que la transformada de Laplace de un escalón unidad es s^{-1} y recordando el teorema del valor final (A.5), el valor de dicho valor estacionario puede calcularse mediante la expresión

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} G(s), \quad (\text{A.16})$$

que define la llamada *ganancia estática* del sistema (A.1).

De forma análoga, para un sistema discreto (A.7) asintóticamente estable, la salida a una secuencia escalón de valor unidad, cuya transformada en z es $(z - 1)^{-1}$, satisface la siguiente propiedad de convergencia en virtud del teorema del valor final (A.11):

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y(k) = \lim_{z \rightarrow 1} H(z), \quad (\text{A.17})$$

que define la ganancia estática del sistema (A.7).

A.2.5 Discretización de modelos de tiempo continuo

Consideramos aquí el siguiente problema: dada una función de transferencia $G(s)$ de un sistema continuo, encontrar la función de transferencia discreta equivalente $H(z)$.

Existen diferentes formas de resolver este problema conocidas en muchos libros de texto. Una forma muy habitual es la que se basa en el esquema de la Figura A.1 y se describe brevemente a continuación.

Consideremos una entrada $u(t)$ que produce una salida $y(t)$ para el sistema continuo $G(s)$. Consideremos la secuencia $y(k)$ que consiste en las muestras de $y(t)$. El objetivo es encontrar una función de transferencia de tiempo discreto tal que, con una secuencia de entrada $u(k)$ obtenida muestreando la entrada continua $u(t)$, presente una secuencia de salida $\hat{y}(k)$ que aproxime a $y(k)$. La función de transferencia discreta representa

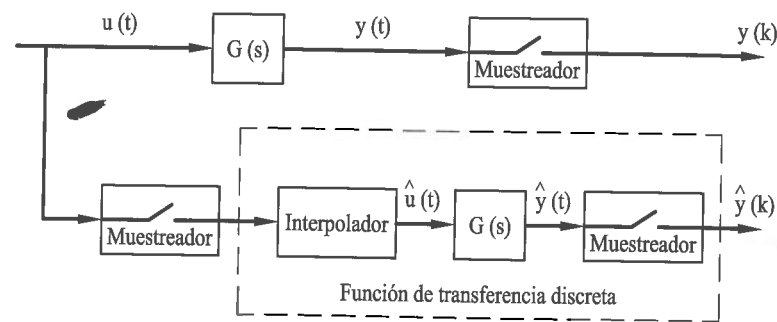


Figura A.1: Discretización de un sistema de tiempo continuo.

un sistema de tiempo discreto que contiene la función continua $G(s)$ precedida por un interpolador y seguida por un muestreador. El interpolador tiene la función de construir una señal de tiempo continuo $\hat{u}(t)$ a partir de la secuencia discreta $u(k)$. Esta construcción implica alguna forma de interpolación de las muestras entre instantes de muestreo. Dependiendo de qué forma se utiliza, resultan diferentes funciones de transferencia $H(z)$.

El interpolador más habitual en la práctica del control digital es el denominado de *orden cero*. Este consiste en producir una señal $\hat{u}(t)$ constante a trozos, manteniendo los valores de $u(k)$ constantes entre instantes de muestreo consecutivos. Los convertidores analógico/digital (A/D) usados en la práctica se modelan habitualmente como muestreadores y los convertidores D/A se modelan con buena precisión como interpoladores de orden cero.

Con un interpolador de orden cero, la función de transferencia discreta se obtiene según la expresión

$$H(z) = (1 - z^{-1})\mathcal{Z}\{s^{-1}G(s)\}. \quad (\text{A.18})$$

En (A.18), $\mathcal{Z}\{s^{-1}G(s)\}$ denota la operación de tomar la transformada z a la versión muestreada de la transformada inversa de Laplace de $s^{-1}G(s)$. Esta operación puede ser tediosa pero está estandarizada en muchos paquetes software [Mat92].

Puede ser interesante señalar una característica interesante en relación a los polos y los ceros de la función de transferencia discreta $H(z)$ obtenida discretizando la función continua $G(s)$ mediante el procedimiento anterior. Es sabido que los polos s_i del sistema continuo se transforman en los polos $z_i = \exp(s_i T)$ del sistema discreto. Esta transformación con-

vierte el semiplano izquierdo del plano complejo de la variable s en el disco de radio unidad en el plano de la variable compleja z . Esto implica que las propiedades de estabilidad del sistema discreto son las mismas que las del sistema original continuo. Sin embargo, no existe una transformación sencilla que relacione los ceros del sistema discreto con los ceros del sistema continuo [AHS84]. Una consecuencia particularmente significativa de este hecho es que sistemas continuos con todos sus ceros en el semiplano izquierdo, es decir con su inverso estable, puede resultar en representaciones discretas con ceros fuera del círculo unidad, esto es con inverso inestable. Esto hace que sea frecuente la existencia de sistemas en tiempo discreto con inverso inestable.

A.3 Modelos de estado

Los modelos del apartado anterior establecen relaciones directas entre entradas y salidas. Estas variables son externas al sistema y siempre tienen un significado físico en términos de acciones y respuestas. Los modelos de estado introducen un conjunto de variables internas al sistema cuya evolución, descrita por ecuaciones diferenciales o en diferencias de primer orden, informa del comportamiento dinámico del sistema y permite obtener las correspondientes salidas.

A.3.1 Concepto de estado y ecuaciones de estado

Consideremos un sistema dinámico descrito en tiempo continuo mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales y un conjunto de ecuaciones algebraicas en la forma

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f[x(t), u(t), t], \\ y(t) &= h[x(t), u(t), t], \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

donde $x(t)$ es el *vector de estado* de dimensión n , $u(t)$ es el *vector de entrada* de dimensión r , siendo $y(t)$ el *vector de salida* de dimensión m . La función f define la dinámica del sistema y tiene las propiedades matemáticas requeridas para que la ecuación diferencial (A.19) tenga solución única. La función h determina la salida de forma única.

La idea básica del vector de estado es que contiene el mínimo conjunto de variables que determinan de forma completa el comportamiento del sis-

tema. En efecto, si se conoce el vector de estado en un instante inicial cualquiera t_0 , entonces el vector de estado $x(t)$ y el de salida $y(t)$ quedan determinados de forma única en cualquier instante $t > t_0$ siempre que se conozca la entrada $u(t)$ para todo instante entre t_0 y t .

De forma similar, los sistemas en tiempo discreto pueden describirse mediante representación de estado en la forma

$$\begin{aligned} x(k+1) &= f_d[x(k), u(k), k], \\ y(k) &= h_d[x(k), u(k), k]. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

En general, las funciones f, h, f_d, h_d pueden ser no lineales e incluir parámetros variables con el tiempo. Sin embargo, en muchos casos la dinámica de procesos reales alrededor de un estado de equilibrio puede describirse por un modelo lineal con parámetros constantes. Para un sistema de tiempo continuo, este modelo tiene la forma

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t). \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Para un sistema en tiempo discreto el modelo lineal tiene la forma

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k), \\ y(k) &= Hx(k) + Lu(k). \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

A.3.2 Estabilidad: definiciones

La estabilidad se ha considerado previamente para sistemas lineales en forma de-entrada/salida, estando relacionada con la localización de los polos de la función de transferencia. Consideramos aquí la estabilidad en el marco de la representación de estado. Existen diferentes formas de estudiar la estabilidad de un sistema, que generalmente se separan en dos grupos: (1) *estabilidad del equilibrio*, que trata del mantenimiento de una posición de equilibrio cuando el sistema está libre de entradas externas; y (2) *estabilidad externa*, que trata de la acotación de la respuesta (estado o salida) cuando el sistema está actuado mediante entradas acotadas.

Sea un sistema no forzado descrito por

$$\dot{x}(t) = f[x(t), t], \quad x(t_0) = x_0; \quad (\text{A.23})$$

o, en tiempo discreto,

$$x(k+1) = f_d[x(k), k], \quad x(k_0) = x_0. \quad (\text{A.24})$$

Se dice que x_e es un *estado de equilibrio* del sistema si, cuando x_e es el estado inicial del sistema, permanece invariable para todo instante posterior. Para el sistema (A.23) esto significa que

$$f[x_e, t] = 0 \quad \text{para todo } t \geq t_0,$$

y, para el sistema (A.24),

$$x_e = f_d[x_e, k] \quad \text{para todo } k \geq k_0.$$

Para el estado de equilibrio se consideran las siguientes *definiciones de estabilidad*:

- Se dice que un estado de equilibrio x_e (para el sistema (A.23)) es *estable* en el sentido de Lyapunov si, para cualquier t_0 y cualquier $\varepsilon > 0$, existe un número real $\delta(\varepsilon, t_0)$ tal que $\|x(t_0) - x_e\| < \delta$ implica que $\|x(t) - x_e\| < \varepsilon$ para todo $t \geq t_0$.
- Se dice que un estado de equilibrio x_e (para el sistema (A.23)) es *asintóticamente estable* si es estable y, para cualquier t_0 , existe $\delta(t_0) > 0$ tal que $\|x(t_0) - x_e\| < \delta$ implicará que $\|x(t) - x_e\| \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$.
- Se dice que un estado de equilibrio x_e es *inestable* si no es ni estable ni asintóticamente estable.
- Se dice que un estado de equilibrio x_e (para el sistema (A.23)) es *globalmente asintóticamente estable* en t_0 si $x(t) \rightarrow x_e$ cuando $t \rightarrow \infty$ para cualquier $x(t_0)$.

El sentido práctico de la estabilidad en sentido de Lyapunov es que el estado del sistema permanecerá próximo al equilibrio para todo $t \geq t_0$ suponiendo que el estado inicial esté lo suficientemente cerca. La estabilidad asintótica es más fuerte que la de Lyapunov ya que implica que, además de que el equilibrio es estable, el estado siempre evoluciona y converge hacia él cuando las condiciones iniciales están suficientemente cerca. Sin embargo, la estabilidad asintótica tiene un carácter local, ya que requiere que

el estado inicial esté suficientemente próximo al estado de equilibrio como define el valor de $\delta(t_0)$. Cuando $\delta(t_0)$ es arbitrariamente grande, la estabilidad asintótica se convierte en global. Esto significa que la estabilidad se mantiene independientemente de cuál es el estado inicial $x(t_0)$. En general, un sistema puede tener más de un estado de equilibrio. Sin embargo, la estabilidad global asintótica requiere que exista un único estado de equilibrio para el sistema. Así, el concepto de estabilidad global asintótica se convierte en una propiedad inherente al propio sistema.

Consideremos ahora los sistemas forzados (A.19) y (A.20). Damos las siguientes *definiciones de estabilidad externa*:

- Se dice que el sistema (A.19) es *estable en el sentido de entrada acotada - estado acotado* si, para cualquier entrada acotada $u(t)$ y para cualquier estado inicial $x(t_0)$, el estado resultante $x(t)$ permanece acotado.
- Se dice que el sistema (A.19) es *estable en el sentido de entrada acotada - salida acotada* si, para cualquier entrada acotada $u(t)$, la salida $y(t)$ permanece acotada.

Existen definiciones de estabilidad semejantes para sistemas de tiempo discreto utilizando k en vez de t .

A.3.3 Estabilidad: criterios para sistemas lineales

Consideremos los sistemas lineales

$$\dot{x}(t) = Fx(t) \quad \text{y} \quad x(k+1) = Ax(k).$$

Los estados de equilibrio son las soluciones de $0 = Fx$ y $x = Ax$ respectivamente. De esta forma, el estado $x = 0$ es siempre un estado de equilibrio para estos sistemas lineales y es el único a menos que la matriz F tenga un valor propio igual a cero o la matriz A tenga un valor propio igual a uno. En estos casos, los sistemas tienen infinitos estados de equilibrio. En consecuencia, el cero es el único estado de equilibrio aislado para un sistema lineal con parámetros constantes. Por esta razón, cuando se trata con esta clase de sistemas, podemos referirnos a la *estabilidad del sistema* como sinónimo de estabilidad del estado de equilibrio. En esta caso, los criterios

de estabilidad se establecen en términos de los autovalores de las matrices del sistema F y A , respectivamente, y son los siguientes:

- El sistema (A.21) es estable si y solo si todos los autovalores de F tienen parte real no positiva y si no hay ningún autovalor con parte real nula que esté repetido.
- El sistema (A.21) es globalmente asintóticamente estable si y solo si todos los autovalores de F tienen parte real negativa.
- El sistema (A.21) es inestable si F tiene algún autovalor no repetido con parte real positiva o algún autovalor repetido con parte real positiva o nula.
- El sistema (A.22) es estable si y solo si todos los autovalores de A no repetidos tienen módulo ≤ 1 y todos los autovalores repetidos tienen módulo < 1 .
- El sistema (A.22) es globalmente asintóticamente estable si y solo si todos los autovalores de A tienen módulo < 1 .
- El sistema (A.22) es inestable si A tiene algún autovalor no repetido con módulo > 1 o algún autovalor repetido con módulo ≥ 1 .
- Si los sistemas (A.21) y (A.22) son globalmente asintóticamente estables, entonces son estables en el sentido de entrada acotada - estado acotado - salida acotada.

A.3.4 Discretización de ecuaciones de estado de tiempo continuo

Aquí consideramos el siguiente problema: dada una ecuación de estado lineal en tiempo continuo de la forma (A.21), obtener una ecuación de estado lineal en tiempo discreto de la forma (A.22).

Usando el procedimiento con interpolación de orden cero como en el Apartado A.2.5, las matrices A, B de (A.22) se obtienen a partir de las matrices F, G de (A.21) mediante las expresiones siguientes:

$$A = \exp(TF); \quad B = F^{-1}(A - I)G, \quad (\text{A.25})$$

donde T es el período de muestreo, I es la matriz identidad y $\exp(TF)$ es la matriz exponencial definida mediante la serie

$$\exp(TF) = I + TF + \frac{T^2}{2!}F^2 + \frac{T^3}{3!}F^3 + \dots \quad (\text{A.26})$$

Este es un procedimiento muy estandarizado para discretizar ecuaciones de estado lineales con parámetros constantes. El punto clave está en el cálculo de la matriz exponencial. Existen muchos procedimientos para efectuar el cálculo numérico de esta matriz [Mat92].

Apéndice B

Otros Modelos Predictivos y Funciones de Coste

B.1 Introducción

En el Capítulo 4 (Apartados 4.2 – 4.4) se han presentado dos leyes de control predictivo obtenidas de la minimización de dos índices de rendimiento usando la ecuación en diferencias (4.2) como modelo predictivo. En este apéndice desarrollamos otras leyes de control deducidas utilizando otras formas de modelos predictivos y criterios de rendimiento. En el Apartado B.2 discutimos la aplicación del control predictivo usando modelos de ecuaciones en diferencias. En el Apartado B.3 tratamos con modelos de respuesta a impulsos o escalones y en el B.4 con modelos de estado. Las herramientas básicas sobre análisis de sistemas usadas aquí se han resumido en el Apéndice A.

B.2 Modelos en ecuaciones en diferencias

Como ya se ha discutido en el Capítulo 1, las ecuaciones en diferencias pueden usarse para describir relaciones dinámicas entre entradas y salidas de procesos físicos. En los Capítulos 3 y 4 se han usado unos modelos en diferencias específicos (3.8) y (4.2) para formular las estrategias básica y extendida de control predictivo e ilustrar los conceptos que las soportan. El

modelo (4.2) es el mismo que el (3.8) pero se usa en un horizonte temporal con λ pasos. Estos modelos son una simplificación de una descripción más completa, apuntada en el Capítulo 1, que puede incluir perturbaciones medibles y no medibles y que puede considerar sistemas con varias entradas y varias salidas. A continuación consideramos el caso multivariable, la inclusión de perturbaciones y una formulación incremental para los modelos en diferencias.

B.2.1 El caso multivariable

La extensión de los resultados del Capítulo 4 para sistemas multivariables es directa si se siguen las deducciones que se han presentado usando un modelo de la forma (4.2) pero ahora usando vectores y matrices en la forma siguiente:

$$\hat{Y}(k+j|k) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} \hat{A}_i \hat{Y}(k+j-i|k) + \sum_{i=1}^{\hat{m}} \hat{B}_i \hat{U}(k+j-i|k) \quad (B.1)$$

$$(j = 1, 2, \dots, \lambda)$$

donde

$$\hat{Y}(k+1-i|k) = Y(k+1-i); \quad i = 1, \dots, \hat{n}$$

$$\hat{U}(k+1-i|k) = U(k+1-i); \quad i = 1, \dots, \hat{m}.$$

y un criterio de rendimiento como en (4.4) pero ahora en la forma

$$J_k = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\lambda} [\hat{Y}(k+j|k) - Y_r(k+j|k)]^T Q_j [\hat{Y}(k+j|k) - Y_r(k+j|k)]$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{\lambda-1} \hat{U}(k+j|k)^T R_j \hat{U}(k+j|k), \quad (B.2)$$

donde Q_j y R_j son matrices de peso y donde Y_r es una trayectoria de referencia como la considerada en (4.5) pero en la forma

$$Y_r(k+j|k) = \sum_{i=1}^p A_{ri} Y_r(k+j-i|k) + \sum_{i=1}^q B_{ri} Y_{sp}(k+j-i)$$

$$(j = 1, 2, \dots, \lambda),$$

donde

$$Y_r(k+1-i|k) = Y(k+1-i); \quad i = 1, \dots, p.$$

y donde Y_{sp} es la consigna. Leyes de control similares a (4.14) y (4.19) pueden deducirse de lo anterior en una forma matricial.

B.2.2 Modelo con perturbaciones

Para considerar el efecto de las perturbaciones, podemos ampliar el modelo (4.2) en la forma siguiente:

$$\hat{y}(k+j|k) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} \hat{a}_i \hat{y}(k+j-i|k) + \sum_{i=1}^{\hat{m}} \hat{b}_i \hat{u}(k+j-i|k)$$

$$+ \sum_{i=1}^{\hat{p}} \hat{c}_i \hat{w}(k+j-i|k), \quad (j = 1, 2, \dots, \lambda). \quad (B.3)$$

donde

$$\hat{y}(k+1-i|k) = y(k+1-i); \quad i = 1, \dots, \hat{n}$$

$$\hat{u}(k+1-i|k) = u(k+1-i); \quad i = 1, \dots, \hat{m} \quad (B.4)$$

$$\hat{w}(k+1-i|k) = w(k+1-i); \quad i = 1, \dots, \hat{p}.$$

Nótese que (B.4) implica que la perturbación w es medible en el instante actual k y que la presencia de $\hat{w}(\cdot|k)$ en (B.3) implica que es medible por adelantado en todo el intervalo de predicción $[k, k+\lambda]$ o, al menos, que puede ser estimada.

Usando las ecuaciones (B.3) y (B.4) en lugar de (4.2) y (4.3), el procedimiento de los Apartados 4.3 y 4.4 puede modificarse de forma sencilla para extender la ley de control (4.14) y (4.19) incluyendo términos adicionales asociados con la secuencia de perturbaciones actual y pasadas $w(k+1-i)$ ($i = 1, \dots, \hat{p}$) y con la secuencia de perturbaciones en el intervalo de predicción $\hat{w}(k+j|k)$ ($j = 1, \dots, \lambda-1$).

En problemas donde las perturbaciones se conocen por anticipado, esta formulación permite el uso ventajoso de tal información. Un ejemplo podría darse en problemas de control activo de suspensiones de vehículos donde son posibles medidas de la perturbación debida a las deformaciones de la carretera [Hro91].

B.2.3 Ventajas de una formulación incremental

En primer lugar, extendemos el análisis del Apartado 4.5 para ilustrar algunas limitaciones prácticas de la ley de control (4.19), concretamente: (1) la desviación permanente de la salida del proceso con respecto a la consigna cuando existen perturbaciones constantes desconocidas y (2) el requerimiento de que el modelo predictivo tenga la misma ganancia que el proceso. En segundo lugar, veremos cómo estas limitaciones pueden superarse con una formulación en incrementos.

Limitaciones de la ley de control (4.19)

Consideremos el proceso descrito por una función de transferencia como la de (4.20) pero ahora con una perturbación desconocida p sumada a la señal de control, es decir

$$y(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} [u(z) + p(z)]. \quad (\text{B.5})$$

Combinando (4.23) y (B.5) se obtiene

$$y(z) = \frac{B(z^{-1})}{\hat{\theta}'_{\lambda}(z^{-1})} y_r(z) + \frac{B(z^{-1})\hat{G}_{\lambda}(z^{-1})}{\hat{\theta}'_{\lambda}(z^{-1})} p(z), \quad (\text{B.6})$$

donde $\hat{\theta}'_{\lambda}(z^{-1})$ está dado en (4.31). La sustitución de (4.28) en (B.6) da lugar a

$$y(z) = \frac{B(z^{-1})\Delta_{\lambda}(z^{-1})}{\hat{\theta}_{\lambda}(z^{-1})} y_{sp}(z) + \frac{B(z^{-1})\hat{G}_{\lambda}(z^{-1})}{\hat{\theta}_{\lambda}(z^{-1})} p(z), \quad (\text{B.7})$$

donde $\hat{\theta}_{\lambda}(z^{-1})$ es el polinomio característico definido en (4.34).

Suponiendo una consigna constante y_{sp} y una perturbación constante \bar{p} , podemos aplicar el teorema del valor final (Apéndice A) a (B.7) para obtener el valor estacionario de la salida:

$$\bar{y} = \lim_{k \rightarrow \infty} y(k) = \lim_{z \rightarrow 1} \left[\frac{B(z^{-1})\Delta_{\lambda}(z^{-1})}{\hat{\theta}_{\lambda}(z^{-1})} \bar{y}_{sp} + \frac{B(z^{-1})\hat{G}_{\lambda}(z^{-1})}{\hat{\theta}_{\lambda}(z^{-1})} \bar{p} \right]. \quad (\text{B.8})$$

Recordando las propiedades (4.45) - (4.47) y usándolas en (B.8), se obtiene

$$\bar{y} = \frac{G_s[1 - \Phi_{\lambda}(1)]}{[G_s - \hat{G}_s]\hat{E}_{\lambda}(1) + \hat{G}_s - \Phi_{\lambda}(1)G_s} \left[\bar{y}_{sp} + \frac{\hat{G}_{\lambda}(1)}{\Delta_{\lambda}(1)} \bar{p} \right]. \quad (\text{B.9})$$

A partir de (B.9), podemos observar que los únicos casos en los que $\bar{y} = \bar{y}_{sp}$ se dan cuando coinciden la ganancia del proceso y la del modelo predictivo ($G_s = \hat{G}_s$) y cuando no hay perturbación ($\bar{p} = 0$). Para el caso en que $\bar{p} = 0$, (B.9) es igual a (4.48) y tenemos entonces el caso analizado en el Apartado 4.5. En el caso con $G_s = \hat{G}_s$, (B.9) se reduce a

$$\bar{y} = \bar{y}_{sp} + \frac{\hat{G}_{\lambda}(1)}{\Delta_{\lambda}(1)} \bar{p}. \quad (\text{B.10})$$

Dado que el segundo sumando en esta expresión no es nulo, la salida en estado estacionario difiere de la consigna, por lo que se produce un error permanente que es proporcional a la perturbación constante \bar{p} . Conviene señalar que esta desviación de la consigna se produce incluso en el caso ideal en que no existan errores de modelación.

Formulación incremental del control predictivo

Recuperamos aquí el modelo predictivo (4.2) para relacionar los valores incrementales de las variables de entrada y salida del proceso en la forma

$$\Delta \hat{y}(k+j|k) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} \hat{a}_i \Delta \hat{y}(k+j-i|k) + \sum_{i=1}^{\hat{m}} \hat{b}_i \Delta \hat{u}(k+j-i|k) \quad (\text{B.11})$$

$$(j = 1, 2, \dots, \lambda)$$

donde

$$\begin{aligned} \Delta \hat{y}(k+j|k) &= \hat{y}(k+j|k) - \hat{y}(k+j-1|k) \\ \Delta \hat{u}(k+j|k) &= \hat{u}(k+j|k) - \hat{u}(k+j-1|k), \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

y

$$\begin{aligned} \Delta \hat{y}(k+1-i|k) &= \Delta y(k+1-i) = y(k+1-i) - y(k-i) \\ &(i = 1, \dots, \hat{n}) \\ \Delta \hat{u}(k+1-i|k) &= \Delta u(k+1-i) = u(k+1-i) - u(k-i) \\ &(i = 1, \dots, \hat{m}) \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Este modelo incremental puede combinarse con una función de coste de la forma

$$J_k = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\lambda} Q_j [\hat{y}(k+j|k) - y_r(k+j|k)]^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{\lambda-1} R_j \Delta \hat{u}(k+j|k)^2, \quad (\text{B.14})$$

la cual penaliza las variaciones excesivas de la señal de control al incluir incrementos en la variable de control.

La formulación incremental del control predictivo se propuso en [Mar76a] porque introducía ventajas prácticas en la aplicación de control adaptativo predictivo en un contexto real, tal como se ha discutido en el Capítulo 8. Posteriormente, la obtención de la ley de control usando el criterio de rendimiento (B.14) se propuso en [Mar80] y se desarrolló más ampliamente en [Rod82]. Este criterio de rendimiento se ha usado también por otros autores en el contexto del control predictivo [CMT87, BGW90, CB95].

Como un ejemplo, a continuación se formula una ley de control deducida para un caso particular de criterio (B.14) similar a la desarrollada en el Apartado 4.4, pero basada ahora en el modelo incremental (B.11). Esta ley será la versión incremental de la ley de control (4.19). A través de un análisis similar al del subapartado anterior, se pondrán de manifiesto las ventajas de la formulación incremental.

Consideremos el criterio de rendimiento

$$J_k = [\hat{y}(k+\lambda|k) - y_r(k+\lambda|k)]^2, \quad (\text{B.15})$$

junto con la condición

$$\Delta \hat{u}(k+1|k) = \dots = \Delta \hat{u}(k+l-1|k) = 0. \quad (\text{B.16})$$

Esta condición significa que la secuencia de control se mantiene constante en el intervalo de predicción.

Usando (B.11) recursivamente a partir de las condiciones iniciales (B.13), podemos escribir

$$\Delta \hat{y}(k+j|k) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} \hat{e}_i^{(j)} \Delta y(k+1-i) + \sum_{i=2}^{\hat{m}} \hat{g}_i^{(j)} \Delta u(k+1-i) + \hat{g}_1^{(j)} \Delta \hat{u}(k|k) \quad (j = 1, 2, \dots, \lambda) \quad (\text{B.17})$$

donde $\hat{e}_i^{(j)}, \hat{g}_i^{(j)}$ se obtienen con los algoritmos de (4.8)–(4.9).

Sumando el conjunto de λ ecuaciones (B.17) y usando (B.12), se obtiene

$$\hat{y}(k+\lambda|k) - y(k) = \sum_{i=1}^{\hat{n}} \hat{\eta}_i^{(\lambda)} \Delta y(k+1-i) + \sum_{i=2}^{\hat{m}} \hat{\gamma}_i^{(\lambda)} \Delta u(k+1-i) + \hat{h}^{(\lambda)} \Delta \hat{u}(k|k) \quad (\text{B.18})$$

donde

$$\hat{\eta}_i^{(\lambda)} = \sum_{j=1}^{\lambda} \hat{e}_i^{(j)}; \quad \hat{\gamma}_i^{(\lambda)} = \sum_{j=1}^{\lambda} \hat{g}_i^{(j)}; \quad \hat{h}^{(\lambda)} = \sum_{j=1}^{\lambda} \hat{g}_1^{(j)}. \quad (\text{B.19})$$

Para obtener el control incremental, se sustituye (B.18) en (B.15), se anula J_k y se obtiene

$$\Delta u(k) = \Delta \hat{u}(k|k) = \frac{y_r(k+\lambda|k) - y(k) - \sum_{i=1}^{\hat{n}} \hat{\eta}_i^{(\lambda)} \Delta y(k+1-i) - \sum_{i=2}^{\hat{m}} \hat{\gamma}_i^{(\lambda)} \Delta u(k+1-i)}{\hat{h}^{(\lambda)}}. \quad (\text{B.20})$$

Finalmente, el control $u(k)$ es

$$u(k) = \Delta u(k) + u(k-1). \quad (\text{B.21})$$

Análisis de la ley de control incremental

Aplicando la transformada z a la ley de control (B.20)–(B.21), podemos escribir

$$y_r(z) = y(z) + (1-z^{-1}) \hat{\Sigma}_{\lambda}(z^{-1}) y(z) + (1-z^{-1}) \hat{\Gamma}_{\lambda}(z^{-1}) u(z), \quad (\text{B.22})$$

con los polinomios

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}_{\lambda}(z^{-1}) &= \hat{\eta}_1^{(\lambda)} + \hat{\eta}_2^{(\lambda)} z^{-1} + \dots + \hat{\eta}_{\hat{n}}^{(\lambda)} z^{-\hat{n}+1} \\ \hat{\Gamma}_{\lambda}(z^{-1}) &= \hat{h}^{(\lambda)} + \hat{\gamma}_2^{(\lambda)} z^{-1} + \dots + \hat{\gamma}_{\hat{m}}^{(\lambda)} z^{-\hat{m}+1}. \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

Despejando $u(z)$ de (B.22) y sustituyendo en (B.5), se obtiene

$$y(z) = \frac{B(z^{-1})}{\hat{\psi}'_{\lambda}(z^{-1})} y_r(z) + \frac{B(z^{-1})\hat{\Gamma}_{\lambda}(z^{-1})(1-z^{-1})}{\hat{\psi}'_{\lambda}(z^{-1})} p(z), \quad (\text{B.24})$$

donde $\hat{\psi}'_{\lambda}(z^{-1})$ es el polinomio característico

$$\hat{\psi}'_{\lambda}(z^{-1}) = B(z^{-1})[1 + \hat{\Sigma}_{\lambda}(z^{-1})(1-z^{-1})] + A(z^{-1})\hat{\Gamma}_{\lambda}(z^{-1})(1-z^{-1}). \quad (\text{B.25})$$

Sustituyendo (4.28) en (B.24), se obtiene

$$y(z) = \frac{B(z^{-1})\Delta_{\lambda}(z^{-1})}{\hat{\psi}_{\lambda}(z^{-1})} y_{sp}(z) + \frac{B(z^{-1})\hat{\Gamma}_{\lambda}(z^{-1})(1-z^{-1})}{\hat{\psi}_{\lambda}(z^{-1})} p(z), \quad (\text{B.26})$$

donde $\hat{\psi}_{\lambda}(z^{-1})$ es el polinomio característico del lazo cerrado

$$\hat{\psi}_{\lambda}(z^{-1}) = \hat{\psi}'_{\lambda}(z^{-1}) - B(z^{-1})\Phi_{\lambda}(z^{-1}). \quad (\text{B.27})$$

Usando argumentos similares a los usados en el Apartado 4.5, podemos demostrar que la condición de estabilidad para los polinomios $\hat{\psi}'_{\lambda}(z^{-1})$ y $\hat{\psi}_{\lambda}(z^{-1})$ se alcanza para un horizonte de predicción λ suficientemente extendido. Pero aquí estamos interesados principalmente en comprobar si se alcanzan valores constantes de consigna sin errores permanentes a pesar de la presencia de perturbaciones constantes. Para ello, suponiendo de nuevo que la consigna es igual a una constante \bar{y}_{sp} , y que la perturbación es también constante con un valor \bar{p} , podemos aplicar el teorema del valor final a (B.26) y obtener

$$\bar{y} = \lim_{k \rightarrow \infty} y(k) = \lim_{z \rightarrow 1} \left[\frac{B(z^{-1})\Delta_{\lambda}(z^{-1})}{\hat{\psi}_{\lambda}(z^{-1})} \bar{y}_{sp} + \frac{B(z^{-1})\hat{\Gamma}_{\lambda}(z^{-1})(1-z^{-1})}{\hat{\psi}_{\lambda}(z^{-1})} \bar{p} \right]. \quad (\text{B.28})$$

Puede observarse en (B.25) que $\hat{\psi}'_{\lambda}(1) = B(1)$ y usar esto en (B.27) para escribir

$$\hat{\psi}_{\lambda}(1) = B(1)[1 - \Phi_{\lambda}(1)]. \quad (\text{B.29})$$

Eligiendo la trayectoria de referencia (4.5) y el valor de λ de manera que $\Phi_{\lambda}(1) \neq 1$, lo cual es una condición muy natural, puede verse que (B.28) se reduce a

$$\bar{y} = \frac{\Delta_{\lambda}(1)}{1 - \Phi_{\lambda}(1)} \bar{y}_{sp}. \quad (\text{B.30})$$

Eligiendo la trayectoria de referencia (3.6) con ganancia estática unidad, el cociente en (B.30) es igual a 1 y se obtiene

$$\bar{y} = \bar{y}_{sp}. \quad (\text{B.31})$$

Este análisis demuestra que la ley de control incremental (B.20)–(B.21) es capaz de conducir la salida a cambios de consigna en escalón a pesar de las perturbaciones de carga constantes. También demuestra que la condición de tener un modelo predictivo con igual ganancia que el proceso no es necesaria en este caso para asegurar una desviación nula. Este aspecto, que tiene que ver con la robustez, es otra ventaja significativa de la formulación del control predictivo en incrementos.

Es interesante señalar la presencia del término $1 - z^{-1}$ en la ecuación del lazo cerrado (B.26) y los polinomios característicos $\hat{\psi}'_{\lambda}(z^{-1})$ y $\hat{\psi}_{\lambda}(z^{-1})$. Este término representa una acción integral en el lazo de control, que es la que asegura el error permanente nulo entre la salida controlada y la consigna.

B.3 Modelos de respuesta a impulsos y escalones

Como se ha expresado en el Apéndice A, el modelo de respuesta impulsional tiene la forma

$$y(k) = \sum_{i=1}^k h_i u(k-i), \quad (\text{B.32})$$

donde h_i son los valores de la respuesta del proceso a un impulso unidad.

El modelo de respuesta a un escalón tiene la forma

$$y(k) = \sum_{i=1}^k s_i \Delta u(k-i), \quad (\text{B.33})$$

donde $\Delta u(k-i)$ es el incremento de la entrada

$$\Delta u(k-i) = u(k-i) - u(k-i-1).$$

Los s_i son los valores de la respuesta del proceso a un escalón unidad.

Ambos tipos de modelo pueden usarse como modelos predictivos en el marco de la estrategia extendida presentada en el Capítulo 4. De hecho,

los modelos de respuesta impulsional se han utilizado habitualmente en la formulación de los denominados "Identification and Command" (IDCOM) [RRTP78] y "Model Algorithmic Control" (MAC) [RM82]. En el mismo contexto, los modelos de respuesta a un escalón han sido la base del "Dynamic Matrix Control" (DMC) [CR80].

Para ilustrar el uso de este tipo de modelo en el marco del control predictivo, a continuación se formula una ley de control similar a la dada en el Apartado 4.3 pero ahora a partir de un modelo predictivo en respuesta a un escalón. Para ello, consideremos el escenario de predicción ilustrado en la Figura 4.1 con el intervalo $[k, k + \lambda]$ definido en el instante de muestreo k . Suponiendo que conocemos la entrada aplicada al proceso en los instantes anteriores a k , podemos usar la ecuación (B.33) para escribir la salida predicha para el instante $k + j$ en la forma

$$\hat{y}(k + j|k) = \sum_{i=1}^j \hat{s}_i \Delta \hat{u}(k + j - i|k) + \sum_{i=j+1}^{k+j} \hat{s}_i \Delta u(k + j - i) \quad (\text{B.34})$$

para todo $j = 1, 2, \dots, \lambda$. Nótese que (B.34) es la misma ecuación que (B.33) pero suponiendo entradas desconocidas $\Delta \hat{u}(k|k), \dots, \Delta \hat{u}(k + j - 1|k)$ en el horizonte de predicción. También, distinguimos \hat{s}_i de s_i suponiendo valores estimados de la respuesta del proceso a un escalón.

Para sistemas estables, la respuesta a un escalón tiende a un estado estacionario cuando $k \rightarrow \infty$. Así pues podemos suponer que los coeficientes \hat{s}_i son constantes para $i = N, \dots, k + j$, siendo N un número entero elegido para retener la parte más significativa de la parte transitoria de la respuesta y $N \ll k + j$. Por tanto, podemos truncar el segundo sumatorio en (B.34) en la forma

$$\sum_{i=j+1}^{k+j} \hat{s}_i \Delta u(k + j - i) \simeq \sum_{i=j+1}^{N-1} \hat{s}_i \Delta u(k + j - i) + \hat{s}_N \sum_{i=N}^{k+j} \Delta u(k + j - i). \quad (\text{B.35})$$

Observando que el último sumatorio en (B.35) es igual a la entrada $u(k + j - N)$ en $k + j - N$, podemos escribir

$$\sum_{i=j+1}^{k+j} \hat{s}_i \Delta u(k + j - i) = y_{oj}, \quad (\text{B.36})$$

donde

$$y_{oj} \simeq \sum_{i=j+1}^{N-1} \hat{s}_i \Delta u(k + j - i) + \hat{s}_N u(k + j - N). \quad (\text{B.37})$$

Definiendo los vectores

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= [\hat{y}(k + 1|k), \hat{y}(k + 2|k), \dots, \hat{y}(k + \lambda|k)]^T, \\ \Delta \hat{U} &= [\Delta \hat{u}(k|k), \Delta \hat{u}(k + 1|k), \dots, \Delta \hat{u}(k + \lambda - 1|k)]^T, \\ Y_o &= [y_{o1}, y_{o2}, \dots, y_{o\lambda}]^T, \end{aligned}$$

el conjunto de λ ecuaciones de (B.34) puede escribirse en la forma matricial

$$\hat{Y} = \hat{S} \Delta \hat{U} + Y_o, \quad (\text{B.38})$$

donde S es la matriz de dimensión $\lambda \times \lambda$

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} \hat{s}_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \hat{s}_2 & \hat{s}_1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{s}_\lambda & \hat{s}_{\lambda-1} & \hat{s}_{\lambda-2} & \dots & \hat{s}_1 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.39})$$

A modo de ejemplo, consideramos ahora la evaluación de la salida del proceso en el horizonte de predicción mediante el índice rendimiento (B.14), el cual puede escribirse en la forma

$$J_k = \frac{1}{2} [\hat{S} \Delta \hat{U} + Y_o - Y_r]^T Q [\hat{S} \Delta \hat{U} + Y_o - Y_r] + \frac{1}{2} \Delta \hat{U}^T R \Delta \hat{U}, \quad (\text{B.40})$$

donde Y_r, Q y R se definen en la forma

$$\begin{aligned} Y_r &= [y_r(k + 1|k), y_r(k + 2|k), \dots, y_r(k + \lambda|k)]^T, \\ Q &= \text{diag} [Q_1, Q_2, \dots, Q_\lambda], \\ R &= \text{diag} [R_0, R_1, \dots, R_{\lambda-1}]. \end{aligned}$$

La minimización de J_k lleva a

$$\Delta \hat{U} = (\hat{S}^T Q \hat{S} + R)^{-1} \hat{S}^T Q (Y_o - Y_r). \quad (\text{B.41})$$

De (B.41), el control finalmente aplicado al proceso en cada instante k es

$$u(k) = \Delta \hat{u}(k|k) + u(k - 1) = \hat{h}_o^T (Y_o - Y_r) + u(k - 1), \quad (\text{B.42})$$

donde \hat{h}_o es la primera fila de la matriz $(\hat{S}^T Q \hat{S} + R)^{-1} \hat{S}^T Q$.

Un procedimiento similar puede desarrollarse para el caso del modelo de respuesta impulsional (B.32).

B.4 Modelos de estado

Consideremos un sistema multivariable descrito por el siguiente modelo de estado lineal en tiempo discreto:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k-r) + w(k) \\ y(k) &= Cx(k) + \Delta(k). \end{aligned} \quad (\text{B.43})$$

Aquí x es el vector de estado de dimensión n y se considera disponible para el control bien mediante medición directa, bien obtenido mediante un observador. El vector de control es u y tiene dimensión p , mientras que y es el vector de salida con dimensión m . A , B y C son matrices de dimensiones apropiadas. Comparando este modelo con el descrito en el Apéndice A como prototipo de sistema lineal, observamos aquí la presencia del vector w (dimensión n) que representa la perturbación, del retardo r (expresado como un número entero de veces el período de muestreo), así como del vector Δ (dimensión m) que representa el efecto de los ruidos de medida sobre el vector de salida.

La estructura del modelo (B.43) puede ser útil para formular controladores predictivos para procesos multivariables. Para ello, podemos empezar con la definición de un modelo predictivo de la forma

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+j|k) &= \hat{A}\hat{x}(k+j-1|k) + \hat{B}\hat{u}(k+j-1-\hat{r}|k) \\ (j &= 1, 2, \dots, \lambda + \hat{r}), \end{aligned} \quad (\text{B.44})$$

$\hat{x}(k+j|k)$ denota el vector de estado predicho en el instante k para el instante $k+j$, y $\hat{u}(\cdot|k)$ denota la secuencia de vectores de control en el intervalo de predicción. Este modelo se redefine en cada instante de muestreo k a partir del vector de estado actual y de los controles aplicados en instantes previos, es decir,

$$\hat{x}(k|k) = x(k), \quad \hat{u}(k-j|k) = u(k-j) \quad \text{para } j = 1, \dots, \hat{r}. \quad (\text{B.45})$$

Comparando (B.44) con (B.43), puede observarse que no se ha incluido la perturbación y el ruido de medida ya que se suponen desconocidos. Es muy directo incluir perturbaciones medibles en la formulación que se desarrolla a continuación. Pero no lo haremos con el propósito de simplificar la presentación. En el modelo predictivo se denotan los parámetros como \hat{A} , \hat{B} y \hat{r} para distinguirlos de los del modelo (B.43), suponiendo que son valores estimados de los parámetros reales.

Podemos considerar un criterio de rendimiento lineal cuadrático, similar al usado en (4.4), en la forma

$$\begin{aligned} J_k &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\hat{r}+\lambda} [\hat{x}(k+j|k) - x_r(k+j|k)]^T Q_j [\hat{x}(k+j|k) - x_r(k+j|k)] \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{\lambda-1} \hat{u}(k+j|k)^T R_j \hat{u}(k+j|k), \end{aligned} \quad (\text{B.46})$$

donde $x_r(k+j|k)$ es una trayectoria de referencia que puede ser redefinida en cada instante k a partir del vector de estado actual y que evoluciona con una dinámica que se prefija de forma análoga a la trayectoria de referencia definida en (4.5). Además, Q_j y R_j son matrices de peso simétricas.

En los dos siguientes apartados se siguen procedimientos similares a los descritos en los Apartados 4.3 y 4.4, respectivamente, para obtener dos leyes de control predictivo. En el primer caso, el control se obtiene a partir de la minimización directa del criterio (B.46). En el segundo caso se impone la condición de que la secuencia de vectores de control sea constante en el intervalo de predicción, lo que da lugar a una ley de control más sencilla computacionalmente.

B.4.1 Minimización de la función de coste

Aplicando (B.44) recursivamente a partir de la condición inicial (B.45), podemos escribir

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1|k) &= \hat{A}x(k) + \hat{B}u(k-\hat{r}) \\ \hat{x}(k+2|k) &= \hat{A}^2x(k) + \hat{A}\hat{B}u(k-\hat{r}) + \hat{B}u(k-\hat{r}+1) \\ &\dots \\ \hat{x}(k+\hat{r}|k) &= \hat{A}^{\hat{r}}x(k) + \hat{A}^{\hat{r}-1}\hat{B}u(k-\hat{r}) + \dots + \hat{B}u(k-1) \\ \hat{x}(k+\hat{r}+1|k) &= \hat{A}^{\hat{r}+1}x(k) + \hat{A}^{\hat{r}}\hat{B}u(k-\hat{r}) + \dots + \hat{A}\hat{B}u(k-1) \\ &\quad + \hat{B}\hat{u}(k|k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{x}(k + \hat{r} + 2|k) &= \hat{A}^{\hat{r}+2}x(k) + \hat{A}^{\hat{r}+1}\hat{B}u(k - \hat{r}) + \dots + \hat{A}^2\hat{B}u(k - 1) \\
&\quad + \hat{A}\hat{B}\hat{u}(k|k) + \hat{B}\hat{u}(k + 1|k) \\
&\quad \dots \\
\hat{x}(k + \hat{r} + \lambda|k) &= \hat{A}^{\hat{r}+\lambda}x(k) + \hat{A}^{\hat{r}+\lambda-1}\hat{B}u(k - \hat{r}) + \dots + \hat{A}^{\lambda}\hat{B}u(k - 1) \\
&\quad + \hat{A}^{\lambda-1}\hat{B}\hat{u}(k|k) + \hat{A}^{\lambda-2}\hat{B}\hat{u}(k + 1|k) + \dots + \hat{B}\hat{u}(k + \lambda - 1|k).
\end{aligned} \tag{B.47}$$

Definiendo los vectores de dimensión $(\hat{r} + \lambda)n \times 1$

$$\begin{aligned}
\hat{X} &= [\hat{x}(k + 1|k)^T, \dots, \hat{x}(k + \hat{r}|k)^T, \dots, \hat{x}(k + \hat{r} + \lambda|k)^T]^T \\
X_r &= [x_r(k + 1|k)^T, \dots, x_r(k + \hat{r}|k)^T, \dots, x_r(k + \hat{r} + \lambda|k)^T]^T
\end{aligned}$$

y los vectores

$$\begin{aligned}
U_k &= [u(k - 1)^T, u(k - 2)^T, \dots, u(k - \hat{r})^T]^T \\
\hat{U} &= [\hat{u}(k|k)^T, \hat{u}(k + 1|k)^T, \dots, \hat{u}(k + \lambda - 1|k)^T]^T,
\end{aligned}$$

de dimensiones $\hat{r}p \times 1$ y $\lambda p \times 1$ respectivamente, la función de coste (B.46) puede escribirse en la forma siguiente:

$$J_k = \frac{1}{2} [\hat{X} - X_r]^T Q [\hat{X} - X_r] + \frac{1}{2} \hat{U}^T R \hat{U}, \tag{B.48}$$

donde las matrices de peso son

$$\begin{aligned}
Q &= \text{diag} [Q_1, \dots, Q_{\hat{r}}, \dots, Q_{\hat{r}+\lambda}] \\
R &= \text{diag} [R_0, \dots, R_{\lambda-1}].
\end{aligned}$$

El conjunto de $\hat{r} + \lambda$ ecuaciones (B.47) puede agruparse en la forma

$$\hat{X} = Zx(k) + TU_k + N\hat{U}, \tag{B.49}$$

donde Z, N y T son las siguientes matrices de dimensiones $(\hat{r} + \lambda)n \times n$,

$(\hat{r} + \lambda)n \times \hat{r}p$, $(\hat{r} + \lambda)n \times \lambda p$, respectivamente:

$$Z = \begin{pmatrix} \hat{A} \\ \hat{A}^2 \\ \vdots \\ \hat{A}^{\hat{r}} \\ \hat{A}^{\hat{r}+1} \\ \hat{A}^{\hat{r}+2} \\ \vdots \\ \hat{A}^{\hat{r}+\lambda} \end{pmatrix}; \quad T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & \hat{B} \\ 0 & 0 & \dots & \hat{B} & \hat{A}\hat{B} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \hat{B} & \hat{A}\hat{B} & \dots & \hat{A}^{\hat{r}-2}\hat{B} & \hat{A}^{\hat{r}-1}\hat{B} \\ \hat{A}\hat{B} & \hat{A}^2\hat{B} & \dots & \hat{A}^{\hat{r}-1}\hat{B} & \hat{A}^{\hat{r}}\hat{B} \\ \hat{A}^2\hat{B} & \hat{A}^3\hat{B} & \dots & \hat{A}^{\hat{r}}\hat{B} & \hat{A}^{\hat{r}+1}\hat{B} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \hat{A}^{\lambda-1}\hat{B} & \hat{A}^{\lambda-2}\hat{B} & \dots & \hat{A}^{\hat{r}+\lambda-2}\hat{B} & \hat{A}^{\hat{r}+\lambda-1}\hat{B} \end{pmatrix};$$

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \hat{B} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \hat{A}\hat{B} & \hat{B} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \hat{A}^{\lambda-1}\hat{B} & \hat{A}^{\lambda-2}\hat{B} & \hat{A}^{\lambda-3}\hat{B} & \dots & \hat{A}\hat{B} & \hat{B} \end{pmatrix}.$$

Sustituyendo (B.49) en (B.48) e imponiendo la condición sobre el gradiente

$$\frac{\partial J_k}{\partial \hat{U}} = 0,$$

se obtiene el vector \hat{U} que minimiza J_k en la forma

$$\hat{U} = -LZx(k) - LTU_k + LX_r, \tag{B.50}$$

donde

$$L = (N^T Q N + R)^{-1} N^T Q. \tag{B.51}$$

El vector de control $u(k)$ aplicado al proceso en el instante k es el primer vector componente de \hat{U} , es decir,

$$u(k) = \hat{u}(k|k) = -D_1 x(k) - D_2 U_k + D_3 X_r. \quad (\text{B.52})$$

En esta ley, D_1 es una matriz de ganancia que consiste en las primeras p filas de la matriz LZ , D_2 es una matriz que incluye las primeras p filas de la matriz LT y D_3 es una matriz formada con las primeras p filas de L .

B.4.2 Solución particular

La aplicación de la ley de control (B.52) puede ser costosa computacionalmente, particularmente si se trata con sistemas de dimensión alta. Con el objetivo de reducir los cálculos asociados a la minimización de la función de coste (B.46), podemos imponer una forma específica a la secuencia de control. Como se ha discutido en el Capítulo 4 (Apartado 4.4), podemos considerar que la secuencia de control sea constante en el horizonte de predicción, es decir

$$\hat{u}(k|k) = \hat{u}(k+1|k) = \dots = \hat{u}(k+\lambda-1|k). \quad (\text{B.53})$$

También con el objetivo de reducir el coste computacional, podemos considerar una versión simplificada de la función de coste (B.46) en la forma

$$J_k = \frac{1}{2} [\hat{x}(k+\hat{r}+\lambda|k) - x_r(k+\hat{r}+\lambda|k)]^T Q' \\ \times [\hat{x}(k+\hat{r}+\lambda|k) - x_r(k+\hat{r}+\lambda|k)] + \frac{1}{2} \hat{u}(k|k)^T R' \hat{u}(k|k). \quad (\text{B.54})$$

Usando (B.53) en la última predicción de (B.47), podemos escribir

$$\hat{x}(k+\hat{r}+\lambda|k) = Z^* x(k) + T^* U_k + N^* \hat{u}(k|k), \quad (\text{B.55})$$

donde

$$Z^* = \hat{A}^{\hat{r}+\lambda} \\ T^* = [\hat{A}^\lambda \hat{B} \quad \hat{A}^{\lambda-1} \hat{B} \quad \dots \quad \hat{A}^{\hat{r}+\lambda-2} \hat{B} \quad \hat{A}^{\hat{r}+\lambda-1} \hat{B}] \quad (\text{B.56}) \\ N^* = \hat{A}^{\lambda-1} \hat{B} + \hat{A}^{\lambda-2} \hat{B} + \dots + \hat{A} \hat{B} + \hat{B}.$$

Sustituyendo (B.55) en (B.54) e imponiendo

$$\frac{\partial J_k}{\partial \hat{u}(k|k)} = 0,$$

obtenemos la ley de control

$$u(k) = \hat{u}(k|k) = -D_1^* x(k) - D_2^* U_k + D_3^* x_r(k+\hat{r}+\lambda|k), \quad (\text{B.57})$$

donde

$$D_1^* = D_3^* Z^* \\ D_2^* = D_3^* T^* \\ D_3^* = (N^{*T} Q' N^* + R')^{-1} N^{*T} Q'. \quad (\text{B.58})$$

Como ya se ha mencionado, en el marco de la representación de estado, el control predictivo puede ser adecuado para aplicaciones de control multivariable. En el Capítulo 10 esto se ha visto en la aplicación al control activo de estructuras. También, desde un punto de vista teórico, el control predictivo puede ser interesante ya que puede explotar las ventajas del marco de la representación de estado para analizar propiedades como estabilidad y robustez [RLM88,LR89].

Apéndice C

Propiedades Entrada/Salida de Procesos Lineales Estables

C.1 Introducción

En este apéndice se demuestra que los sistemas de tiempo discreto, lineales y estables, con parámetros constantes y con una función de transferencia racional propia, satisfacen la propiedad 7.3 del Capítulo 7. Esta propiedad caracteriza la clase de procesos de naturaleza lineal y estable. En primer lugar se demuestra este resultado para procesos con una entrada y una salida sin retardo. Después se considera el caso de procesos multivariables con retardo. Las funciones de transferencia racionales propias son las que se expresan como un cociente de polinomios tal que el grado del numerador es menor o igual que el grado del denominador. Esto corresponde a una ecuación en diferencias con más términos asociados a la salida que a la entrada, lo que ocurre usualmente en la descripción de procesos reales.

C.2 Procesos monovariantes sin retardo

Consideremos un proceso lineal con una entrada y una salida en tiempo discreto, con parámetros constantes, definido por la ecuación en diferencias

$$y(k) = a_1y(k-1) + a_2y(k-2) + \dots + a_ny(k-n) + b_0u(k) + b_1u(k-1) + b_2u(k-2) + \dots + b_mu(k-m), \quad m \leq n. \quad (\text{C.1})$$

Teorema C.1: Si el proceso (C.1) es estable (sus polos están dentro del círculo unidad), entonces se cumple la siguiente desigualdad para todo instante $k > 0$:

$$\max_{0 \leq j \leq k} |u(j)| > \tau_1 \max_{0 \leq j \leq k} |y(j)| - \tau_2,$$

donde τ_1 y τ_2 son constantes tales que $0 < \tau_1 < +\infty$ y $0 \leq \tau_2 < +\infty$.

□

Demostración: La demostración distingue dos casos dependiendo de si el proceso tiene polos distintos o repetidos.

Proceso con polos distintos

La función de transferencia del sistema (C.1) es

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2} - \dots - a_n z^{-n}}, \quad m \leq n. \quad (C.2)$$

Multiplicando el numerador y el denominador por z^n y factorizando el denominador según sus n polos distintos p_1, \dots, p_n , (C.2) puede escribirse en la forma

$$H(z) = \frac{b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_m z^{n-m}}{(z - p_1)(z - p_2) \dots (z - p_n)}. \quad (C.3)$$

Mediante una descomposición en fracciones simples, (C.3) se escribe en la forma

$$H(z) = c_0 + \frac{c_1}{z - p_1} + \frac{c_2}{z - p_2} + \dots + \frac{c_n}{z - p_n}, \quad (C.4)$$

donde los coeficientes c_0, c_1, \dots, c_n se calculan como sigue:

$$\begin{aligned} c_0 &= \lim_{z \rightarrow \infty} H(z) \\ c_i &= (z - p_i) H(z) \Big|_{z=p_i}, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (C.5)$$

Podemos deducir una formulación de estado equivalente a (C.4) usando el método de programación paralela [CM70] como se ilustra en la Figura C.1. En esta representación, las variables de estado, en el dominio de la transformada z , se definen en la forma

$$\begin{aligned} x_i(z) &= \frac{1}{z - p_i} u(z), \quad i = 1, \dots, n \\ z x_i(z) &= p_i x_i(z) + u(z) \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (C.6)$$

En el dominio del tiempo:

$$x_i(k+1) = p_i x_i(k) + u(k), \quad i = 1, \dots, n. \quad (C.7)$$

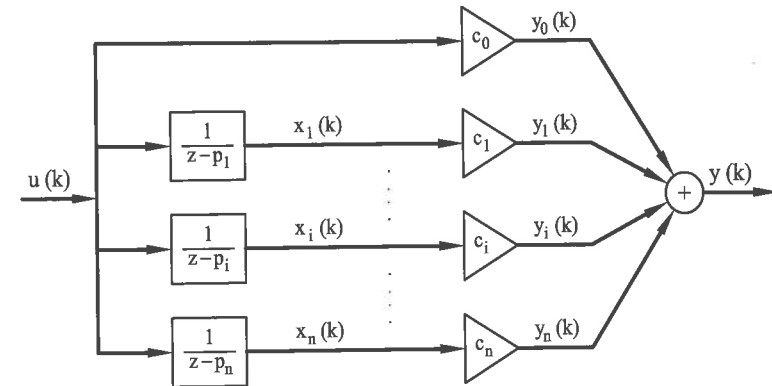


Figura C.1: Representación de estado equivalente para un proceso con polos distintos.

La salida del proceso $y(k)$ es la suma de las salidas parciales $y_i(k)$, es decir

$$y(k) = c_0 u(k) + \sum_{i=1}^n c_i x_i(k), \quad (C.8)$$

donde

$$\begin{aligned} y_0(k) &= c_0 u(k) \\ y_i(k) &= c_i x_i(k), \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (C.9)$$

Sea $k > 0$ un instante de tiempo arbitrario y \bar{k} ($0 < \bar{k} \leq k$) el instante en que

$$|y(\bar{k})| = \max_{0 \leq j \leq k} |y(j)|. \quad (C.10)$$

Mediante aplicación recursiva de (C.7) a partir del instante inicial 0, podemos escribir

$$x_i(\bar{k}) = p_i^{\bar{k}} x_i(0) + \sum_{j=0}^{\bar{k}-1} p_i^{\bar{k}-1-j} u(j), \quad i = 1, \dots, n. \quad (C.11)$$

Tomando valores absolutos y usando la desigualdad de Cauchy-Schwarz:

$$|x_i(\bar{k})| \leq |p_i^{\bar{k}}| |x_i(0)| + \sum_{j=0}^{\bar{k}-1} |p_i^{\bar{k}-1-j}| |u(j)|. \quad (C.12)$$

Puesto que el proceso es estable, tenemos $|p_i| < 1$ y por tanto

$$|p_i^{\bar{k}}| < 1, \quad (\text{C.13})$$

$$\lim_{\bar{k} \rightarrow \infty} \sum_{j=0}^{\bar{k}-1} |p_i^{\bar{k}-1-j}| = \frac{1}{1 - |p_i|}. \quad (\text{C.14})$$

Usando (C.14) podemos escribir

$$\sum_{j=0}^{\bar{k}-1} |p_i^{\bar{k}-1-j}| < \frac{1}{1 - |p_i|}, \quad (\text{C.15})$$

y por tanto

$$\sum_{j=0}^{\bar{k}-1} |p_i^{\bar{k}-1-j}| |u(j)| < \frac{1}{1 - |p_i|} \max_{0 \leq j \leq \bar{k}-1} |u(j)|. \quad (\text{C.16})$$

Usando (C.8), (C.12), (C.13) y (C.16) podemos escribir

$$\begin{aligned} |y(\bar{k})| &\leq |c_0| |u(\bar{k})| + \sum_{i=1}^n |c_i| |x_i(\bar{k})| \\ &< |c_0| |u(\bar{k})| + \sum_{i=1}^n |c_i| |x_i(0)| + \max_{0 \leq j \leq \bar{k}-1} |u(j)| \sum_{i=1}^n \frac{|c_i|}{1 - |p_i|}. \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

Ahora, usando en (C.17) el hecho de que

$$\begin{aligned} |u(\bar{k})| &\leq \max_{0 \leq j \leq \bar{k}} |u(j)|, \\ \max_{0 \leq j \leq \bar{k}-1} |u(j)| &\leq \max_{0 \leq j \leq \bar{k}} |u(j)|, \end{aligned} \quad (\text{C.18})$$

se obtiene

$$|y(\bar{k})| < \sum_{i=1}^n |c_i| |x_i(0)| + \max_{0 \leq j \leq \bar{k}} |u(j)| \left[|c_0| + \sum_{i=1}^n \frac{|c_i|}{1 - |p_i|} \right]. \quad (\text{C.19})$$

Definimos τ_1 y τ_2 como

$$\tau_1 = \frac{1}{|c_0| + \sum_{i=1}^n \frac{|c_i|}{1 - |p_i|}}; \quad \tau_2 = \tau_1 \sum_{i=1}^n |c_i| |x_i(0)|. \quad (\text{C.20})$$

Entonces, (C.19) puede escribirse en la forma

$$\max_{0 \leq j \leq \bar{k}} |u(j)| > \tau_1 |y(\bar{k})| - \tau_2. \quad (\text{C.21})$$

La sustitución de (C.10) en (C.21) completa la demostración para este caso. ■

Proceso con polos repetidos

Consideramos primero el caso en que la función de transferencia $H(z)$ tiene un polo para $z = p_n$ con multiplicidad q , mientras que los otros polos son todos distintos. En este caso, $H(z)$ puede escribirse en la forma

$$H(z) = \frac{b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_m z^{n-m}}{(z - p_1)(z - p_2) \dots (z - p_{n-q})(z - p_n)^q}, \quad (\text{C.22})$$

que admite la siguiente descomposición en fracciones simples:

$$\begin{aligned} H(z) &= c_0 + \frac{c_1}{z - p_1} + \dots + \frac{c_{n-q}}{z - p_{n-q}} \\ &+ \frac{e_1}{z - p_n} + \frac{e_2}{(z - p_n)^2} + \dots + \frac{e_q}{(z - p_n)^q}, \end{aligned} \quad (\text{C.23})$$

donde los coeficientes c_0 y c_i se calculan como se indica en (C.5) y los coeficientes e_i se calculan como sigue:

$$\begin{aligned} e_q &= (z - p_n)^q H(z) \Big|_{z=p_n} \\ e_{q-1} &= \frac{d}{dz} [(z - p_n)^q H(z)] \Big|_{z=p_n} \\ &\vdots \\ e_1 &= \frac{1}{(n-1)!} \frac{d^{q-1}}{dz^{q-1}} [(z - p_n)^q H(z)] \Big|_{z=p_n} \end{aligned} \quad (\text{C.24})$$

En este caso, a partir de (C.23) y mediante el mismo método de programación paralela considerado en el caso anterior, podemos introducir una

representación de estado como se ilustra en la Figura C.2. Las correspondientes variables de estado se definen en la forma

$$\begin{aligned} x_i(z) &= \frac{1}{z - p_i} u(z), & i = 1, \dots, n - q \\ x_{n-q+1}(z) &= \frac{1}{z - p_n} u(z) \\ x_{n-q+2}(z) &= \frac{1}{z - p_n} x_{n-q+1}(z) \\ &\vdots \\ x_n(z) &= \frac{1}{z - p_n} x_{n-1}(z) \end{aligned} \quad (C.25)$$

y, en el dominio del tiempo:

$$\begin{aligned} x_i(k+1) &= p_i x_i(k) + u(k), & i = 1, \dots, n - q \\ x_{n-q+1}(k+1) &= p_n x_{n-q+1}(k) + u(k) \\ x_{n-q+2}(k+1) &= p_n x_{n-q+2}(k) + x_{n-q+1}(k) \\ &\vdots \\ x_n(k+1) &= p_n x_n(k) + x_{n-1}(k). \end{aligned} \quad (C.26)$$

Como en el caso precedente, la salida del proceso puede verse como la suma de n salidas parciales que pueden agruparse en la forma

$$y(k) = y_s(k) + y_m(k), \quad (C.27)$$

con

$$y_s(k) = \sum_{i=0}^{n-q} y_i(k); \quad y_m(k) = \sum_{i=1}^q y_{n-q+i}(k), \quad (C.28)$$

donde

$$y_0(k) = c_0 u(k), \quad (C.29)$$

$$y_i(k) = c_i x_i(k) \quad i = 1, \dots, n - q, \quad (C.30)$$

$$y_{n-q+i}(k) = e_i x_{n-q+i} \quad i = 1, \dots, q. \quad (C.31)$$

Ahora, para el instante \bar{k} en el que se cumple la condición (C.10), tenemos

$$y(\bar{k}) = y_s(\bar{k}) + y_m(\bar{k}).$$

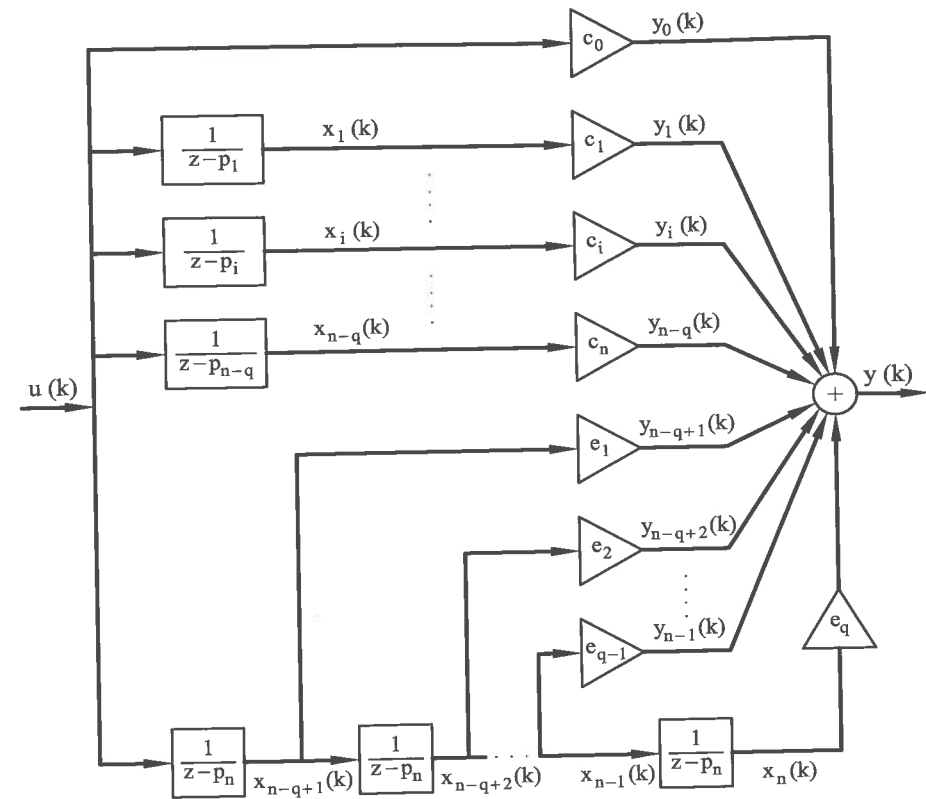


Figura C.2: Representación de estado equivalente para un proceso con un polo repetido.

Dado que $y_s(\bar{k})$ es la suma de salidas parciales asociadas con polos distintos, está acotado en forma similar a como se ha hecho en (C.19), es decir:

$$|y_s(\bar{k})| < \sum_{i=1}^{n-q} |c_i| |x_i(0)| + \max_{0 \leq j \leq \bar{k}} |u(j)| \left[|c_0| + \sum_{i=1}^{n-q} \frac{|c_i|}{1 - |p_i|} \right]. \quad (C.32)$$

Ahora analizamos cómo $y_m(\bar{k})$ está acotado, considerando la contribución de los estados $x_{n-q+1}(\bar{k}), \dots, x_n(\bar{k})$. Aplicando recursivamente (C.26) podemos escribir

$$x_{n-q+1}(\bar{k}) = p_n^{\bar{k}} x_{n-q+1}(0) + \sum_{j=0}^{\bar{k}-1} p_n^{\bar{k}-1-j} u(j). \quad (C.33)$$

Dado que $|p_n| < 1$, podemos usar argumentos similares a los contenidos en

(C.13)–(C.18) para escribir

$$|x_{n-q+1}(\bar{k})| < |x_{n-q+1}(0)| + \frac{1}{1 - |p_n|} \max_{0 \leq j \leq k} |u(j)|. \quad (\text{C.34})$$

También la aplicación recursiva de (C.26) da

$$x_{n-q+2}(\bar{k}) = p_n^{\bar{k}} x_{n-q+2}(0) + \sum_{l=0}^{\bar{k}-1} p_n^{\bar{k}-1-l} x_{n-q+1}(l). \quad (\text{C.35})$$

Usando los mismos argumentos que en (C.34), podemos escribir

$$|x_{n-q+1}(l)| < |x_{n-q+1}(0)| + \frac{1}{1 - |p_n|} \max_{0 \leq j \leq k} |u(j)| \quad (\text{C.36})$$

$$l = 0, 1, \dots, \bar{k} - 1.$$

Usando (C.36) en (C.35), tenemos

$$|x_{n-q+2}(\bar{k})| < |p_n^{\bar{k}}| |x_{n-q+2}(0)| + |x_{n-q+1}(0)| \sum_{l=0}^{\bar{k}-1} |p_n^{\bar{k}-1-l}| \quad (\text{C.37})$$

$$+ \frac{1}{1 - |p_n|} \max_{0 \leq j \leq k} |u(j)| \sum_{l=0}^{\bar{k}-1} |p_n^{\bar{k}-1-l}|.$$

Usando (C.13) y (C.15) (con $i = n$) en (C.37), nos queda

$$|x_{n-q+2}(\bar{k})| < |x_{n-q+2}(0)| + \frac{1}{1 - |p_n|} |x_{n-q+1}(0)| \quad (\text{C.38})$$

$$+ \frac{1}{[1 - |p_n|]^2} \max_{0 \leq j \leq k} |u(j)|.$$

El lector puede comprobar que (C.36) y (C.38) son casos particulares de la desigualdad

$$|x_{n-q+i}(\bar{k})| < \sum_{j=1}^i \frac{1}{[1 - |p_n|]^{i-j}} |x_{n-q+j}(0)| + \frac{1}{[1 - |p_n|]^i} \max_{0 \leq j \leq k} |u(j)|, \quad (\text{C.39})$$

que vale para todo $i = 1, \dots, q$.

Usando (C.31) y (C.39) en (C.28), se obtiene

$$|y_m(\bar{k})| < \sum_{i=1}^q |e_i| \sum_{j=1}^i \frac{1}{[1 - |p_n|]^{i-j}} |x_{n-q+j}(0)| + \max_{0 \leq j \leq k} |u(j)| \sum_{i=1}^q \frac{|e_i|}{[1 - |p_n|]^i}. \quad (\text{C.40})$$

A partir de (C.32) y (C.40), podemos escribir

$$|y(\bar{k})| \leq |y_s(\bar{k})| + |y_m(\bar{k})| \quad (\text{C.41})$$

$$< \sum_{i=1}^{n-q} |c_i| |x_i(0)| + \sum_{i=1}^q |e_i| \sum_{j=i}^i \frac{1}{[1 - |p_n|]^{i-j}} |x_{n-q+j}(0)|$$

$$+ \max_{0 \leq j \leq k} |u(j)| \left[|c_0| + \sum_{i=1}^{n-q} \frac{|c_i|}{1 - |p_i|} + \sum_{i=1}^q \frac{|e_i|}{[1 - |p_n|]^i} \right].$$

Finalmente, la sustitución de (C.10) en (C.41) da

$$\max_{0 \leq j \leq k} |u(j)| > \tau_1 \max_{0 \leq j \leq k} |y(j)| - \tau_2, \quad (\text{C.42})$$

donde τ_1 y τ_2 están definidos por

$$\tau_1 = \frac{1}{|c_0| + \sum_{i=1}^{n-q} \frac{|c_i|}{1 - |p_i|} + \sum_{i=1}^q \frac{|e_i|}{[1 - |p_n|]^i}} > 0, \quad (\text{C.43})$$

$$\tau_2 = \tau_1 \left[\sum_{i=1}^{n-q} |c_i| |x_i(0)| + \sum_{i=1}^q |e_i| \sum_{j=1}^i \frac{1}{[1 - |p_n|]^{i-j}} |x_{n-q+j}(0)| \right] \geq 0.$$

La obtención de una expresión como (C.42) para el caso de procesos con varios polos repetidos es inmediata considerando, para cada polo, una salida parcial adicional como $y_m(k)$ y deduciendo la correspondiente condición de acotación como se ha hecho anteriormente para p_n . Esto concluye la demostración del teorema. ■

C.3 Procesos monovariantes con retardo

El proceso con una entrada y una salida con un retardo r se describe en la forma

$$y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \dots + a_n y(k-n) + b_0 u(k-r) \quad (\text{C.44})$$

$$+ b_1 u(k-r-1) + b_2 u(k-r-2) + \dots + b_m u(k-r-m).$$

Introduciendo el cambio de variable $u'(k) = u(k - r)$, se obtiene una ecuación análoga a la (C.1) para relacionar $y(k)$ y $u'(k)$. En consecuencia, si el proceso es estable, de acuerdo con el Teorema C.1, se deduce la siguiente propiedad:

$$\max_{0 \leq j \leq k} |u'(j)| > \tau_1 \max_{0 \leq j \leq k} |y(j)| - \tau_2, \quad (\text{C.45})$$

donde $0 < \tau_1 < +\infty$ y $0 \leq \tau_2 < +\infty$. Deshaciendo el cambio de variable y considerando que la expresión (C.45) es válida para todo k , podemos escribir

$$\max_{0 \leq j \leq k} |u(j)| > \tau_1 \max_{0 \leq j \leq k} |y(j + r)| - \tau_2. \quad (\text{C.46})$$

De esta forma se concluye que los sistemas lineales estables con retardo satisfacen la propiedad (7.3).

C.4 Procesos multivariables

Un proceso multivariable lineal y estable, con n entradas y m salidas, puede descomponerse siempre en m procesos con una salida y n entradas. Cada una de estas salidas puede considerarse como la suma de m salidas parciales. Esto corresponde a n subprocesos monovariables. Cada uno de estos satisface una condición del tipo (C.46). A partir de estas condiciones, puede obtenerse una condición análoga para las normas de los vectores de entrada y salida del proceso multivariable en la forma

$$\begin{aligned} \max_{0 \leq j \leq k} \|u(j)\| &> \Gamma_1 \max_{0 \leq j \leq k} \|y(j + r)\| - \Gamma_2 \\ 0 < \Gamma_1 < +\infty; \quad 0 &\leq \Gamma_2 < +\infty. \end{aligned} \quad (\text{C.47})$$

En este caso, $u(j)$ e $y(j)$ son vectores compuestos por las n entradas y las m salidas del proceso. El escalar r está definido por

$$r = \min \{r_{ij}\}; \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n,$$

donde r_{ij} son los retardos puros de los correspondientes subprocesos en que se descompone el sistema global.

Apéndice D

ADEX COP: Manual de Usuario. Edición Avanzada

D.1 Introducción

Este Apéndice incluye el manual de ayuda a la configuración y al uso práctico de la plataforma software ADEX COP en su edición avanzada. El diseño de esta plataforma ha sido presentado en el Capítulo 11 de este libro con el énfasis puesto en los criterios metodológicos que permiten aplicar de forma sistemática los controladores Adaptativos Predictivos Expertos (ADEX). Este Apéndice complementa dicha presentación describiendo en detalle los procedimientos a seguir para la aplicación de ADEX COP a procesos mono y multivariables.

La plataforma software ADEX COP está diseñada para su instalación en un sistema de control genérico (denominado sistema *Host*) y permitir la integración de los controladores ADEX en la propia lógica de control de dicho sistema. Para lograr dicha integración, ADEX COP proporciona:

- Subrutinas software u operadores gráficos, dependiendo del lenguaje de programación del sistema Host, que definen la interacción explícita de entrada/salida (E/S) del controlador ADEX con el resto de la lógica de control del Host.
- Un software de Definición del Conjunto de Controladores que permite

la definición de los controladores ADEX que utilizará el sistema Host.

- Un software de Configuración, que permite al usuario determinar el funcionamiento interno de cada uno de los controladores usados por el sistema Host.

En los siguientes apartados, después de un breve resumen de la metodología ADEX de control y optimización, este manual considerará en detalle los puntos arriba indicados referidos a la Edición Avanzada de ADEX COP y, particularmente, a los controladores ADEX avanzados.

D.2 Metodología ADEX

D.2.1 Principios metodológicos

Como se ha visto en este libro, ADEX es una nueva generación de control adaptativo predictivo (AP) que combina control AP con control experto mediante la definición de dominios de operación para ambas formas de control en un esquema integrado. La evolución de las variables de entrada/salida (E/S) del proceso determina si debe ser aplicado control AP o control experto, según el correspondiente dominio de operación.

La configuración general de un controlador ADEX se presenta en la Figura D.1. La función, en cada instante de control, de los diferentes bloques mostrados en dicha figura se describe a continuación:

- El *Bloque Experto* determina, por un lado, cuándo tiene que aplicarse al proceso control adaptativo predictivo o control experto. Por otro lado, cuando se aplica control AP, este bloque interacciona con los otros bloques de ADEX como se describe en los puntos siguientes.
- El *Bloque Conductor* genera un valor futuro que pertenece a una trayectoria deseada para cada variable de salida del proceso. Esta trayectoria deseada conduce dicha variable de salida hacia su consigna, teniendo en cuenta un criterio de rendimiento deseado. El bloque experto tiene la capacidad de modificar este criterio de rendimiento con el fin de acomodar el comportamiento deseado de ADEX a los diferentes dominios de operación.

- El *Bloque de Control* utiliza un modelo adaptativo predictivo (AP), que define una relación matemática causa-efecto entre las variables de entrada y salida del proceso, para generar un vector de control que hace que las salidas predichas del proceso sean iguales a las salidas deseadas generadas por el bloque conductor. Cuando se aplica control experto, este bloque genera una señal de control a partir de un conjunto de reglas.
- El *Mecanismo de Adaptación* utiliza las medidas en tiempo real de las variables de E/S del proceso para:
 1. Adaptar los parámetros del modelo AP con el fin de minimizar el error de predicción para cada variable de salida del proceso. El bloque experto determina cuándo se ejecuta la adaptación, teniendo en cuenta las condiciones de operación.
 2. Permitir al bloque conductor rediseñar las trayectorias deseadas de salida, teniendo en cuenta la evolución de las variables de E/S del proceso.

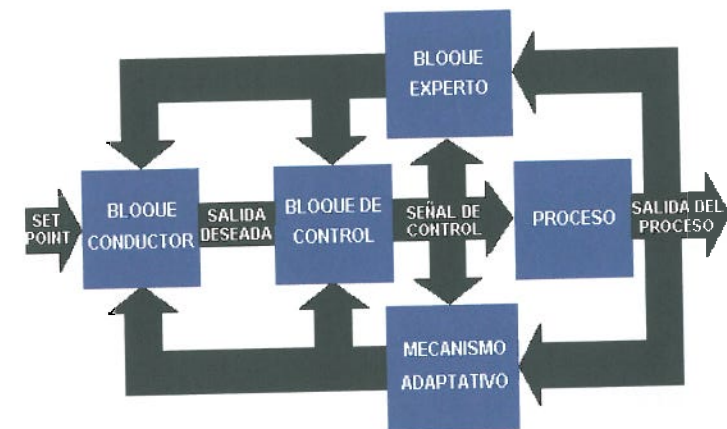


Figura D.1: Configuración general de un controlador ADEX.

De esta forma, cuando las variables de E/S del proceso evolucionan en un dominio de control adaptativo predictivo, el bloque experto determinará la aplicación de control AP. El mecanismo adaptativo identificará la relación causa-efecto del proceso y el bloque de control será capaz de predecir y controlar la evolución de las variables del proceso. De esta forma,

al aproximarse el error de predicción hacia cero, las variables de salida del proceso se aproximarán a sus trayectorias deseadas para estabilizarse en sus consignas.

Cuando las variables de E/S del proceso evolucionan en un dominio de control experto, el bloque experto determinará la aplicación de control experto. Entonces, el bloque de control calculará el vector de control según reglas que imitan la inteligencia de los operadores humanos, de forma similar a como se hace en los bien conocidos sistemas de lógica difusa o expertos.

D.2.2 Optimización ADEX

Un sistema de optimización ADEX es un sistema Host que usa controladores ADEX para obtener la optimización del proceso. Ello implica minimización del consumo de energía (y otros recursos), maximización de la producción en calidad y cantidad, y un funcionamiento normal, estable y seguro que alargará la esperanza de vida del proceso. Un sistema Host se convierte en un sistema de optimización ADEX integrando en su funcionamiento controladores ADEX con Lógica de Optimización Complementaria (LOC) para implementar estrategias de optimización del proceso según los siguientes principios:

- La LOC se desarrollará para definir diferentes estrategias de optimización para los diferentes escenarios de operación del proceso. Para cada estrategia de optimización, la LOC:
 1. Determinará, teniendo en cuenta las características específicas de la instrumentación del proceso, cómo tienen que ser tratadas las variables de salida del proceso y las salidas de los controladores ADEX antes de ser suministradas a los controladores ADEX y aplicadas al proceso, respectivamente.
 2. Definirá los enclavamientos entre los diferentes controladores ADEX y cualquier lógica adicional requerida en la estrategia de control para considerar todas las posibles condiciones de operación.
 3. Buscará los puntos de operación que optimizan el funcionamiento del proceso, aprovechando el control preciso y la estabilidad proporcionada por los controladores ADEX.

- Los controladores ADEX operarán, en los dominios de control experto y adaptativo predictivo, como se describe en los siguientes puntos:
 1. En un dominio de control experto, asegurarán la convergencia de las variables del proceso hacia el dominio de control adaptativo predictivo adjunto.
 2. Una vez en el dominio de control adaptativo predictivo, las salidas del proceso serán conducidas a través de las trayectorias deseadas hacia las consignas y estabilizadas en su entorno.

De esta forma, el funcionamiento de los controladores ADEX garantizará la estabilización de las salidas del proceso en sus consignas y, por consiguiente, permitirá a la LOC del Host la búsqueda de los puntos óptimos de operación y, consecuentemente, la optimización de la operación del proceso en tiempo real.

D.2.3 Una implementación práctica de controladores ADEX en el caso multivariable

Como se ha descrito anteriormente, la metodología ADEX es multivariable por naturaleza. Por consiguiente, puede ser aplicada a procesos MIMO con m entradas y n salidas. En la presente implementación de ADEX COP se supone que:

1. $m \geq n$, es decir que el número de entradas será siempre mayor o igual que el número de salidas.
2. Dentro de las m variables de entrada del proceso hay un subconjunto de n entradas cuyos valores pueden ser manipulados por el sistema de control para controlar las n variables de salida del proceso. Dichas n entradas forman el vector de control.
3. El resto de las $m - n$ variables de entrada del proceso son consideradas como perturbaciones que actúan sobre las variables de salida del proceso y cuyos efectos son tomados en cuenta por el controlador ADEX en el cálculo del vector de control.
4. $3 \geq m \geq n$, es decir que el número máximo de variables de entrada y salida del proceso es 3.

5. Las variables de salida del proceso y las perturbaciones anteriormente consideradas son entradas al controlador ADEX y pueden ser convenientemente definidas por la LOC del Host a partir de las perturbaciones y las salidas del proceso medidas. En el mismo sentido, las componentes del vector de control son las salidas del controlador ADEX y pueden ser convenientemente tratadas por la LOC del Host para producir las señales reales de control aplicadas al proceso.

Una forma práctica de aplicar la metodología ADEX a procesos multivariables es descomponer internamente el controlador multivariable ADEX en un conjunto de n controladores ADEX multi-entrada única-salida (MISO). Cada uno de estos controladores ADEX MISO impone una condición a ser verificada por el vector de control, que se calcula a partir de este conjunto de condiciones en cada instante de control. Esta forma se ha usado en la presente implementación de ADEX COP. Por ejemplo, un controlador ADEX 3×2 debe controlar 2 variables de salida del proceso manipulando las 2 componentes del vector de control y teniendo en cuenta el efecto de una perturbación. El controlador ADEX 3×2 considera internamente 2 controladores 3×1 . Los cálculos relativos al funcionamiento de estos 2 controladores internos se hacen separadamente teniendo en cuenta su propio dominio de operación, excepto para el cálculo del vector de control, en el que las interacciones se consideran de forma apropiada.

D.3 Interfaz ADEX COP / LOC del Host

La interfaz entre ADEX COP y la LOC del Host será determinada mediante el uso de subrutinas software u operadores gráficos, dependiendo del lenguaje de programación usado por la lógica de control del Host. En este manual consideraremos el uso de un lenguaje de programación gráfico y, por tanto, se considerarán operadores gráficos en vez de subrutinas software. Estos operadores se integrarán en la librería de operadores del Host para el diseño gráfico de los esquemas de control y optimización (ECO). Una vez que estos ECO son compilados, un controlador ADEX por cada uno de los operadores utilizados estará preparado para entrar en funcionamiento en el contexto definido por el ECO correspondiente.

ADEX COP dispone de un conjunto de controladores ADEX que pueden ser integrados con la LOC del Host y son representados por el correspon-

diente conjunto de operadores mostrados en la Figura D.2. Como se ha explicado en el apartado anterior, un controlador multivariable ADEX se compone de uno o más controladores MISO ADEX que están relacionados dinámicamente.

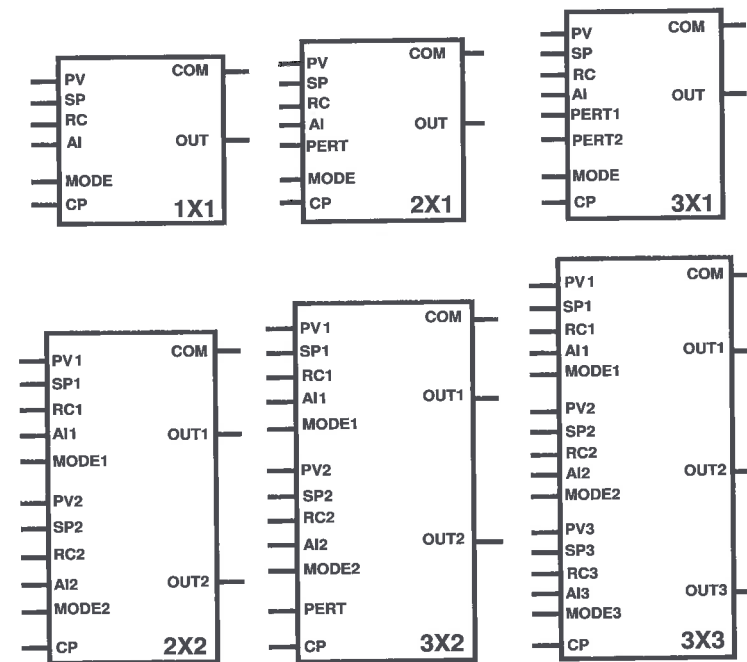


Figura D.2: Operadores gráficos para controladores ADEX.

Cada operador de la Figura D.2 muestra en la parte izquierda los pines que se usarán para interconectar gráficamente la LOC del Host con las variables de entrada del controlador y, en el lado derecho, los pines que interconectarán las salidas del controlador con la LOC del Host.

A continuación se describen los pines de la izquierda del operador 2×1 que representan entradas analógicas del controlador:

- PV - Variable de salida del proceso a controlar por el controlador ADEX.
- SP - Consigna o valor deseado para la PV.
- RC - Velocidad máxima de cambio de la variable del proceso (PV) bajo control cuando se aproxima a la consigna. Este parámetro puede

ser configurado para ser determinado internamente o externamente por la lógica del Host. En este último caso, la lógica del Host transferirá el valor de RC usando este pin.

- AI - Última acción de control aplicada realmente al proceso correspondiendo a la última acción de control del controlador ADEX. Estas dos señales podrían ser diferentes debido a límites de control u otras causas.
- PERT - Variable de perturbación que afecta a la evolución de la PV.
- CP - Período de control, en segundos, que puede ser configurado para ser determinado internamente o externamente por la lógica del Host. En este último caso, la lógica del Host transferirá el valor de CP usando este pin. Cuando se está funcionando bajo control automático, el periodo de control determina el tiempo entre dos acciones de control generadas por el controlador ADEX.

La única salida analógica del operador es:

- OUT - Acción de control producida por el controlador.

Los pines asociados en el operador 2×1 con entradas y salidas digitales son:

- MODE - Esta es una variable de entrada que determina el modo de operación del controlador. Cuando toma el valor 1, el controlador entra en modo AUTOMÁTICO (“AUTO”), lo que significa que calcula la acción de control OUT a ser aplicada al proceso. Cuando MODE recibe el valor 0, el controlador entra en modo EXTERNO (“EXTERNAL”), lo que significa que la acción de control es determinada por la LOC del Host.
- COM - Esta es una variable de salida que toma el valor 1 cuando la comunicación entre el sistema Host y el controlador está funcionando correctamente. En caso contrario, la variable toma el valor 0.

Puede observarse que en el operador 3×1 hay dos pines de entrada PERT1 y PERT2, dado que en este caso se consideran dos variables de perturbación diferentes.

Cuando el controlador ADEX incluye dos o tres controladores MISO ADEX, entonces a los nombres de los pines PV, SP y MODE les sigue el número del controlador MISO ADEX correspondiente. El número que sigue a un OUT en estos controladores MISO ADEX se selecciona generalmente teniendo en cuenta el efecto dinámico que cada uno tiene en la correspondiente PV. Al más significativo de ellos se le asignará el mismo número de la PV y considerará informalmente como la señal de control del correspondiente controlador MISO. Los OUTs con número diferente del de la PV, se consideran informalmente como perturbaciones del controlador MISO ADEX de la PV.

Los diferentes controladores MISO ADEX, dentro del mismo controlador multivariable ADEX, pueden estar funcionando bajo diferentes modos de operación.

D.4 Definición del conjunto de controladores

D.4.1 Login y definición de controladores

Cuando el software de ADEX COP se activa en el sistema Host, se presentarán unas ventanas de presentación y de acceso al sistema como se ilustra en la Figura D.3.

Cuando el sistema se instala por primera vez, el nombre de usuario y contraseña válidos son “manager” y “manager”, respectivamente. El administrador de proyecto (“Project Manager”) puede modificar posteriormente estos datos. También puede definir nombres de usuarios y contraseñas para otros usuarios de ADEX COP, como se explica más adelante en el Apartado 4.3. Una vez que se introducen correctamente el nombre de usuario y la contraseña, ADEX COP muestra la ventana de Definición del Conjunto de Controladores (“Controller Set Definition” - CSD), como puede verse en la Figura D.4, que permite al usuario definir el conjunto de los controladores ADEX que se van a usar en los esquemas de control y optimización del sistema Host. Este conjunto de controladores ADEX puede incluir controladores de la edición estándar, de tipo básico y estándar, así como los de tipo avanzado que se consideran en la presente Edición Avanzada.

El número total de señales PV, OUT y PERT consideradas dentro de

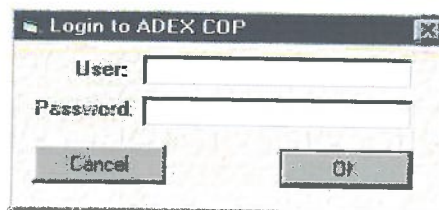
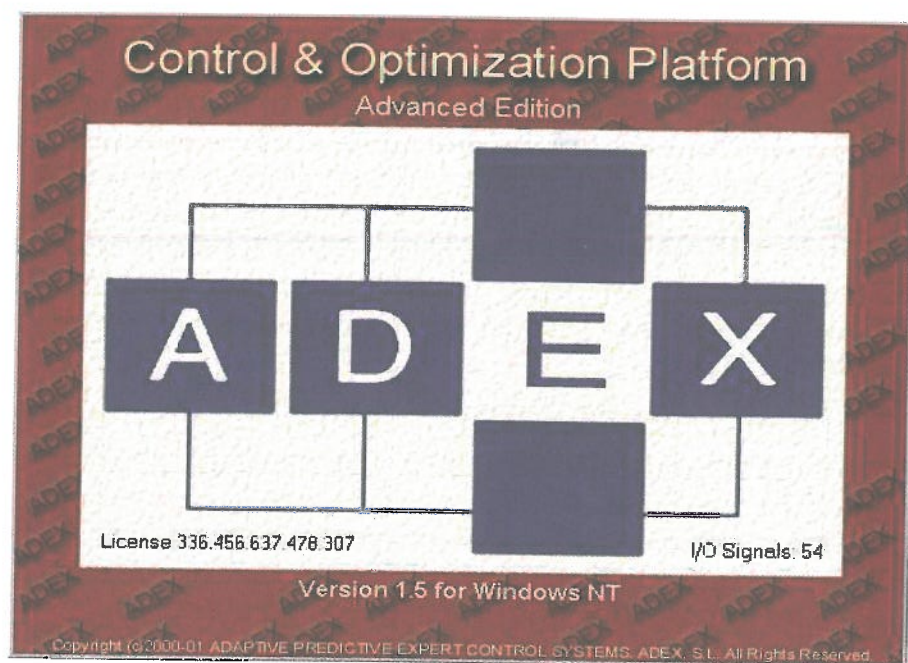


Figura D.3: Ventanas de presentación y acceso.

este conjunto está limitado por el número de señales E/S especificado en la licencia para cada tipo de controlador para el ADEX COP en cuestión.

Como puede verse en la Figura D.4, la ventana CSD muestra el número de señales de E/S que considera la licencia y el número de estas señales que ya se han usado para cada tipo de controlador por el conjunto de controladores ya definido. Además, la ventana CSD presenta una Tabla que permite al usuario introducir los nombres de los diferentes controladores que van a usarse, su tipo y su estructura de E/S.

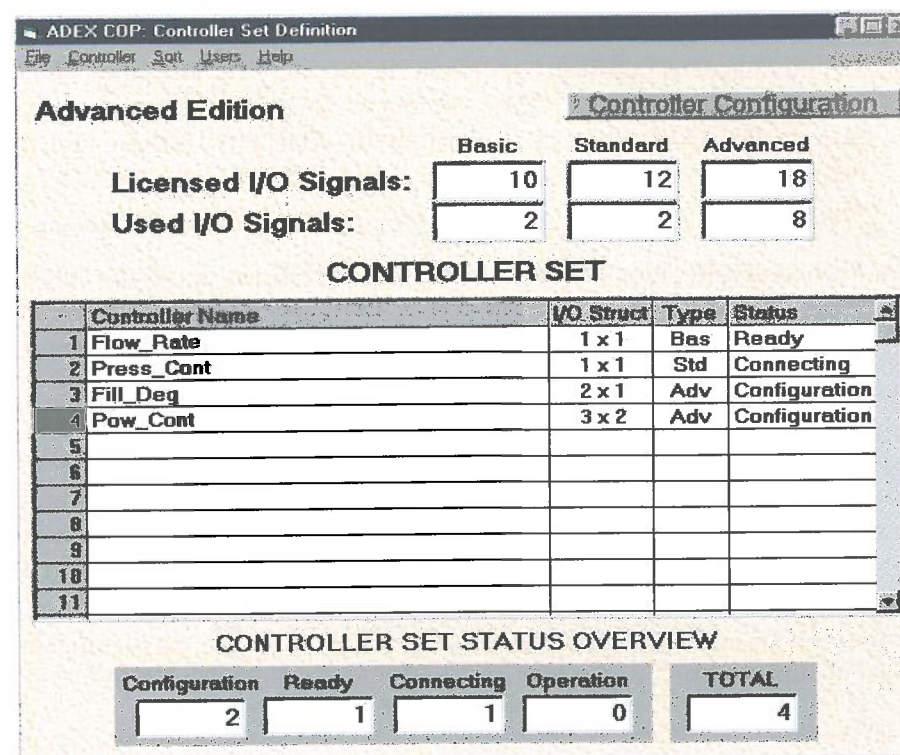


Figura D.4: Ventana de definición del conjunto de controladores (CSD).

D.4.2 Estado de los controladores

En la tabla de la ventana CSD una columna presenta el estado de los controladores, que puede ser:

- **Configuration** - Bajo este estado se está definiendo el funcionamiento interno del controlador y el controlador no está preparado todavía para operar. El controlador no intenta comunicarse con la LOC del Host. Cuando se introduce el nombre de un nuevo controlador en la ventana CSD, ADEX COP le asigna este estado.
- **Ready** - En este estado el funcionamiento interno del controlador está ya configurado. El controlador está preparado para operar e intenta comunicarse con la LOC del Host. Este estado es establecido por el usuario, seleccionando en el menú la opción "Controller, Ready".

- **Operation** - El controlador está en operación, como parte de la operación del correspondiente esquema de control y optimización (ECO) en que se ha incluido. Este estado es asignado automáticamente por ADEX COP, cuando el controlador ADEX en estado "Ready" establece la correcta comunicación con la correspondiente LOC del Host.
- **Connecting** - Cuando un controlador ADEX, en el estado "Operation", pierde la comunicación con la LOC del Host, ADEX COP le asigna automáticamente este estado. Una vez que la comunicación se reestablece con éxito, se restituye el estado "Operation".

Una vez que el usuario introduce un conjunto de nombres de controladores en el campo correspondiente de la Tabla del Conjunto de Controladores, puede comenzar la configuración de cada uno de ellos. Para ello, el usuario puede seleccionar un controlador en la tabla de la ventana CSD y hacer clic en el botón "Controller Configuration" o hacer doble clic en la columna de su número (izquierda) o seleccionar la opción de menú "Controller, Configuration" o presionar la combinación de teclas Ctrl-F.

El menú "Controller" de esta ventana CSD tiene también las opciones "Ready Status" y "Configuration Status", que cambian el estado del Controlador seleccionado al estado correspondiente.

D.4.3 Menú de la ventana CSD

El menú de la Ventana CSD presenta los siguientes Submenús y Opciones:

- **File**

1. *Save* - Guarda todos los controladores definidos, con su estructura, tipo y configuración, sin salir.
2. *Exit* - Sale del Configurador de ADEX COP, después de guardar todos los controladores definidos.
3. *Exit and Unload* - Sale del Configurador de ADEX COP, después de guardar todos los controladores definidos y haber terminado su ejecución. Más adelante, la ejecución de estos controladores puede reemprenderse volviendo a cargar el Servicio Windows NT de ADEX COP por procedimientos estándar.

- **Controller**

1. *Configuration* - Muestra la Ventana de Configuración para el Controlador seleccionado.
2. *Delete* - Borra el Controlador seleccionado.
3. *Ready Status* - Cambia el estado del Controlador a "Ready".
4. *Configuration Status* - Cambia el estado del Controlador a "Configuration".
5. *Acquisition Base Name* - Cuando se desea asignar al controlador seleccionado un Nombre de Sección diferente del que corresponde a su tipo y estructura, esta opción muestra una ventana de diálogo para introducir el nombre elegido desde el "Acquisition Definition File" (Fichero de Definición de la Adquisición) (ver la Configuración específica de la Interfaz del Host).
6. *Acquisition String* - Muestra una ventana de diálogo para introducir una cadena de caracteres para el controlador seleccionado, que define su ubicación individual en el Host. La sintaxis y el contenido de la cadena dependerá de la interfaz de adquisición con el Host (ver la Configuración específica de la Interfaz del Host).

- **Sort**

1. *Controller Set* - Ordena todos los controladores definidos en orden alfabético.

- **Users**

1. *Change Password* - Inicia una secuencia de ventana de diálogo para introducir y confirmar una nueva contraseña para el usuario actual, después de comprobar la antigua.
2. *List* - Esta opción permite añadir nuevos usuarios a ADEX COP y sólo está habilitada cuando el usuario actual tiene nivel de acceso de "Project Engineer". Así, sólo un Project Engineer puede añadir nuevos usuarios. Esta opción muestra la Ventana de Usuarios, que contiene la lista de todos los usuarios definidos, incluyendo su fecha de última configuración y su nivel de acceso. La Ventana de Usuarios también contiene los dos siguientes botones:

- *Add* - Muestra una ventana de diálogo para introducir un nuevo Usuario, con su Nombre, Nivel de Acceso y Contraseña Inicial (esta contraseña se visualiza en texto claro, porque se supone que será cambiada por el nuevo usuario en su primera sesión). La lista de usuarios se ordena automáticamente en forma alfabética.
- *Password* - Muestra una ventana de diálogo para introducir una nueva Contraseña para el usuario seleccionado, sin requerir ni ver la antigua. Esta opción se ha previsto para el caso de que algún usuario ha perdido su contraseña.

- **Help**

1. *Basic Ed. Help* - Conduce a la Ayuda de la Edición Básica.
2. *Standard Ed. Help* - Conduce a la Ayuda de la Edición Estándar.
3. *Advanced Ed. Help* - Conduce a la Ayuda de la Edición Avanzada.

D.5 Configuración de un controlador

D.5.1 Conceptos básicos

Este apartado considera los conceptos básicos para la configuración de los controladores avanzados ADEX SISO y MIMO. Cuando un controlador está siendo configurado por primera vez, el correspondiente ECO del Host está inactivo o envía una señal de modo externo a cada uno de los controladores MISO considerados en el correspondiente operador ADEX. En ambos casos ADEX COP asumirá un funcionamiento de modo externo para el controlador.

La configuración de los controladores multivariables ADEX en la presente Edición Avanzada se hace a través de la configuración de los controladores MISO anteriormente considerados. Así, en el proceso de configuración, hay siempre un controlador MISO seleccionado para configurar dentro del controlador ADEX. Un controlador ADEX con una única PV, un único OUT y ninguna, una o dos PERTs, es un caso particular dentro de esta formulación general. ADEX COP supone que se cumplen las siguientes condiciones:

- El usuario configurará primero un dominio AP para cada uno de los controladores MISO del controlador ADEX, que será llamado AP-C (C de "Centrado"). Los límites de este dominio serán por defecto los del rango de la PV correspondiente.
- El usuario, más tarde, puede proceder a configurar uno o dos Dominios AP adicionales para cada controlador MISO, llamados AP-U (U de "Upper", superior) y AP-L (L de "Lower", inferior), teniendo en cuenta la situación de sus límites en relación con los del dominio AP-C correspondiente. Para ello, el usuario cambiará al Dominio de Configuración deseado e introducirá sus límites de dominio deseados (LDL y UDL).
- Los dominios definidos siempre cubrirán el rango de la PV correspondiente.
- Una vez que los dominios AP deseados están configurados, el usuario, si así lo decide, puede proceder a configurar los Dominios Expertos. Para cada uno de los controladores MISO puede definirse en el rango superior de la PV un dominio EX-U y en el rango inferior un dominio EX-L.
- Una vez completada la configuración de un controlador, el usuario puede cambiar el estado del controlador a "Ready", pero siempre puede volver al modo de configuración e introducir modificaciones e incluso borrar un dominio o el propio controlador.

Incluso en el estado de "Operation", el usuario, si así lo decide, puede siempre introducir cambios en la configuración del controlador en tiempo real, tanto si el controlador MISO correspondiente está en modo externo como en automático.

En lo que sigue, se considera la configuración práctica de dominios AP o EX para controladores avanzados. Se considera primero la configuración de un controlador ADEX 3 × 2 y, posteriormente, la configuración de todos los otros casos se deduce fácilmente de ella.

D.5.2 Ventana de configuración de un controlador ADEX

Cuando el usuario selecciona un controlador ADEX con una estructura de E/S 3×2 en la tabla de la ventana CSD y va a "Controller Configuration"

por alguno de los procedimientos arriba mencionados, se mostrará la ventana del controlador ADEX que se ve en la Figura D.5.

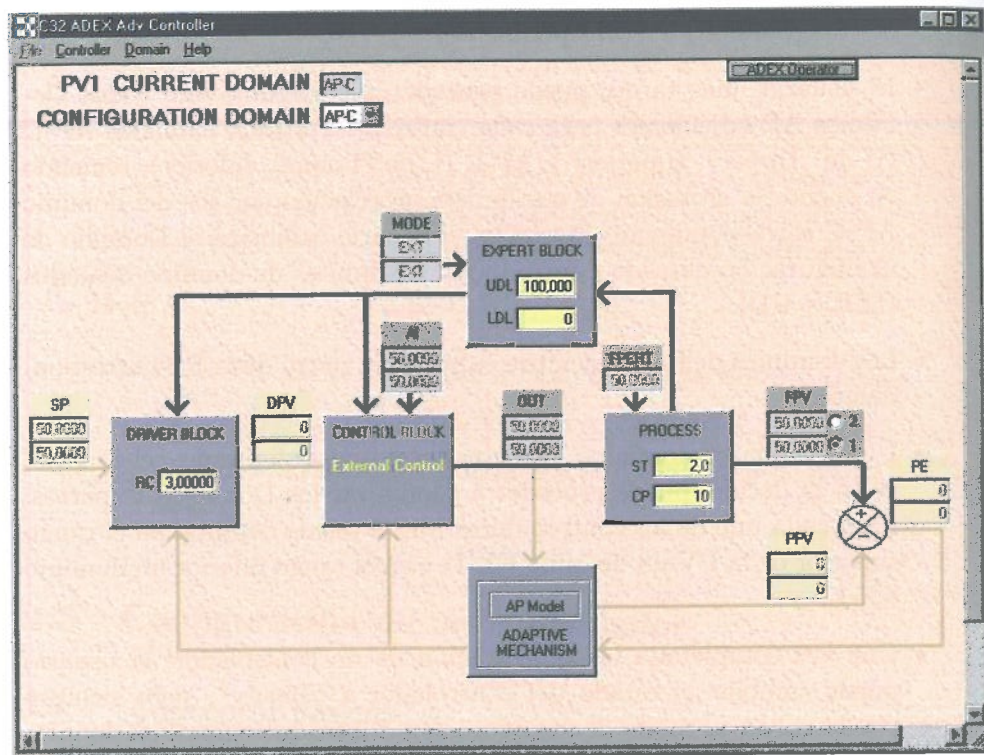


Figura D.5: Ventana de configuración de un controlador ADEX.

Cuando se crea un nuevo controlador, todos los parámetros tienen sus valores por defecto. El controlador MISO seleccionado por defecto es el que corresponde a la PV1. Esto puede advertirse en la Figura D.5, por estar señalada con una marca (●) la componente FPV1 en el vector FPV, que es el vector filtrado de las variables de salida del proceso.

En la Figura D.5 podemos ver:

- *El Dominio Actual de la PV1 y el Dominio de Configuración*, que indican el dominio de operación actual de la PV para el controlador MISO seleccionado y el dominio que el usuario quiere configurar. El recuadro del Dominio de Configuración permite al usuario seleccionar cualquier dominio para configuración.

- *Los bloques del Controlador ADEX*, es decir, Proceso, Bloque Experto, Bloque Conductor, Bloque de Control y Mecanismo Adaptativo. Los tres primeros bloques muestran parámetros del controlador MISO seleccionado para ser configurados por el usuario. Así, el Bloque de Proceso presenta valores por defecto del tiempo de muestreo (ST) y el período de control (CP) del controlador para el dominio AP-C que se considera en la Figura D.5. Estos parámetros del Bloque de Proceso son comunes para todos los controladores MISO, y el controlador ADEX siempre usará los valores configurados por el controlador MISO número 1. El Bloque Experto muestra los valores del límite superior del dominio (UDL) y el límite inferior del dominio (LDL). El Bloque Conductor muestra la velocidad máxima de cambio (RC) deseada para la variable del proceso. Por otro lado, cuando el usuario hace clic en los Bloques Experto, Conductor, de Control y del Mecanismo Adaptativo, se muestran las ventanas de configuración de parámetros para dichos bloques. Como se considera en los siguientes apartados, el usuario determinará el funcionamiento deseado de cada uno de los bloques de ADEX definiendo convenientemente los valores de los parámetros en dichas ventanas de configuración. Como se puede observar, los bloques ADEX son representados por botones, que permanecen activos cuando son significativos para el dominio de configuración seleccionado; de otro modo, estarán inactivos y aparecen tenues.

- *Las principales variables en tiempo real* que, como se puede observar en la Figura D.5, están agrupadas en vectores de dos componentes, cada una de ellas correspondiente a uno de los dos sistemas MISO incluidos en el controlador considerado. Estas variables de cada controlador MISO son:

1. La variable de modo (MODE) que, junto con la variable PV del dominio actual, determina básicamente el tipo de operación del Bloque Experto para el correspondiente sistema MISO.
2. La entrada real (AI) que está siendo aplicada al Proceso, que es una entrada al Bloque de Control.
3. La consigna (SP) y la variable de proceso deseada (DPV), que son la entrada y la salida del Bloque Conductor respectivamente.
4. La salida del Bloque de Control (OUT), la perturbación que actúa en el proceso (PERT) representada por un único valor

común a ambos sistemas MISO, y la variable filtrada del proceso (FPV), que son las variables de entrada y salida del proceso respectivamente.

5. La variable del proceso predicha (PPV), que es la salida del Modelo AP dentro del Mecanismo Adaptativo.
6. El error de predicción (PE).

Estas variables muestran un valor para cada uno de los controladores MISO sólo cuando tienen sentido funcional.

- *Las líneas de interrelación entre los distintos bloques.* Estas líneas aparecen en negro cuando indican una interrelación de operación activa entre dos bloques del sistema MISO seleccionado; en otro caso, están tenues. Como en la Figura D.5 la variable de modo del sistema MISO seleccionado está en "External", sólo las líneas de la parte superior están activas. En este caso, el Bloque Experto determina la inactividad del Bloque Conductor y del Mecanismo adaptativo. También determina el funcionamiento del Bloque de Control, que produce un OUT igual a AI. La etiqueta "External Control" sobre el Bloque de Control indica su modo de operación para el sistema MISO seleccionado.
- *Un botón de Operador ADEX.* Si se hace clic sobre este botón, se visualiza un esquema del Operador del controlador ADEX relacionado con el controlador MISO seleccionado, mostrando el valor en tiempo real de las variables de E/S de dicho controlador MISO.

En los apartados siguientes se considerará primero la configuración de los parámetros del controlador MISO para los Dominios AP teniendo en cuenta cada uno de los bloques ADEX y posteriormente para los Dominios Expertos. En ambos casos, se considerará también el papel del Operador ADEX.

D.5.3 Menú de la ventana de configuración de un controlador

El Menú de la Ventana de Configuración de un Controlador presenta los siguientes Submenús y Opciones:

- **File**

1. *Save* - Guarda la configuración del controlador.
2. *Exit to CtlrSetWindow* - Abandona la Ventana CSD, después de guardar la configuración del controlador.

- **Controller**

1. *Ready Status* - Cambia el estado del Controlador que se está configurando al estado "Ready".
2. *Configuration Status* - Cambia el estado del Controlador que se está configurando al estado "Configuration".

- **Domain**

1. *Copy* - Copia el Dominio de Configuración a un portapapeles interno a la aplicación, de tal forma que puede ser pegado más tarde.
2. *Paste* - Pega al Dominio de Configuración el último dominio copiado al portapapeles interno a la aplicación, sólo si ambos dominios son del mismo tipo (es decir, ambos AP o ambos Experto). Esto permite copiar los parámetros de dominio entre dominios, que pueden pertenecer al mismo o a diferentes controladores.

Los parámetros que pertenecen a un dominio AP son: CP, FL de la Variable del Proceso, FL de PERT, IL, LIL, SI y todos los parámetros de los Bloques Experto, Conductor y Mecanismo Adaptativo.

Los parámetros que pertenecen a un dominio EXPERTO son: CP, FL de la Variable del Proceso, FL de PERT, IL y todos los parámetros de la Ventana de Configuración del Control Experto (a la que se accede a través del Bloque de Control) y del Bloque Experto.

Se copian todos los parámetros del dominio, excepto los LDL y UDL del Bloque Experto, porque definen la "posición" de cada dominio en el rango de la PV.

- **Help**

Presenta la Ayuda de la Edición correspondiente al tipo de Controlador que se está configurando.

D.6 Configuración de los dominios AP

D.6.1 Proceso

Los parámetros que serán configurados dentro del Bloque de Proceso son comunes a todos los controladores MISO y se establecen en la configuración del controlador MISO número 1, que determina su valor para todo el controlador ADEX, como se explica a continuación:

- ST - Período de tiempo de muestreo, que determina la frecuencia con que el controlador ADEX recibirá información desde el sistema Host, y particularmente los valores actuales del vector medido de salida del proceso PV, la señal de perturbación PERT, el vector de entrada real AI y el del vector de modo de operación MODE. En general, este período de muestreo estará condicionado por el período de tiempo de ejecución del esquema del sistema Host, que incluye el Operador ADEX correspondiente. El valor de este parámetro se introduce en segundos.
- CP - Período de Control, que determina el número de períodos de tiempo de muestreo entre dos acciones de control generadas por el controlador ADEX, cuando funciona en modo automático. El período de control puede establecerse a través de la ventana de configuración del controlador o por la lógica del Host. El procedimiento es el siguiente:
 1. Si el usuario establece un número positivo bajo esta etiqueta, define el período de control en términos de períodos de tiempo de muestreo.
 2. Si el usuario establece un cero bajo esta etiqueta, entonces el período de control será determinado por la lógica del Host y transferido a través del pin del operador correspondiente.
 3. Si el usuario pone un signo negativo delante de un número de períodos de tiempo de muestreo bajo esta etiqueta, el instante de control ocurrirá cuando el controlador ADEX detecte un cambio en la señal PV (o señal PV1 en el caso de más de un controlador MISO). Asimismo, tendrá lugar un instante de control si no se detecta cambio después de transcurrido dicho número estable-

cido de períodos de tiempo de muestreo desde el último instante de control.

En general, será conveniente usar períodos de muestreo reducidos para recibir tanta información de la evolución del proceso como sea posible. Esta información puede ser usada, como se considera más adelante, para obtener un valor filtrado conveniente (FPV) del vector de variables de salida del proceso. En un proceso monovariable, el período de control debería seleccionarse teniendo en cuenta el tiempo de respuesta del proceso, que puede definirse aproximadamente como el 95% del tiempo que necesita la variable PV para pasar de un estado estacionario a otro, cuando se aplica un escalón a la entrada al proceso (OUT). Un valor razonable para el período de control puede variar normalmente entre 1/10 y 1/40 del tiempo de respuesta. En este caso, como el tiempo de respuesta del proceso puede ser diferente para los dos controladores MISO aquí considerados, la elección de un período de control común puede ser el resultado de un compromiso apropiado.

D.6.2 Bloque de control

Cuando el usuario hace clic en el botón del Bloque de Control mostrado en la Figura D.5, se visualizará la ventana de configuración de parámetros que puede verse en la Figura D.6. Esta ventana muestra, en el lado izquierdo, una columna de las variables consideradas dentro del Bloque de Control para el controlador MISO seleccionado. En este caso, de arriba a bajo, estas variables son PV1, OUT1, OUT2, PERT, donde PV1 y OUT1 son las correspondientes variable del proceso y salida del controlador MISO, y OUT2 y PERT son variables de entrada, que influyen en la evolución de la variable del proceso. Cada una de estas variables tiene parámetros asociados, que puede configurar el usuario en esta ventana.

Los parámetros relacionados con la variable PV1 del proceso son:

- LV - Valor inferior, que es el valor de ingeniería más bajo en el rango de variación medible de la variable del proceso.
- UV - Valor superior, que es el valor de ingeniería más alto en el rango de variación considerado previamente.

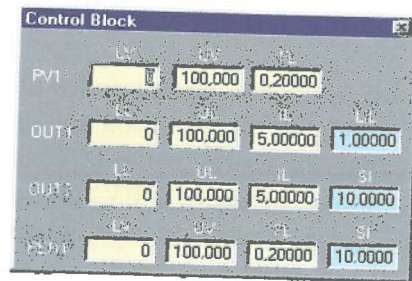


Figura D.6: Ventana de configuración del Bloque de Control.

- FL - Constante de filtro. El valor filtrado de la variable del proceso en el instante de muestreo k , $FPV1(k)$, se obtiene del valor medido $PV1(k)$, usando FL de la siguiente manera:

$$FPV1(k) = FL \cdot PV1(k) + (1 - FL) \cdot FPV1(k - 1). \quad (D.1)$$

Si $PV1(k)$ está contaminado por ruido de medida, el uso del filtro de primer orden de arriba produce una mejor estimación de la variable del proceso en el valor de $FPV1(k)$.

Los parámetros relacionados con la salida OUT1 del controlador MISO son:

- LL - Límite inferior para la salida del controlador.
- UL - Límite superior para la salida del controlador.
- IL - Límite incremental para la salida del controlador.
- LIL - Límite incremental inferior para la salida del controlador. Este límite de control reducido se aplica cuando el proceso está en estado estacionario cercano al valor de la consigna.

Es importante observar que el usuario debe prestar especial atención cuando introduzca estos límites, para definir un rango de variación efectivo para la salida real del controlador, es decir, un rango de variación en el que

cualquier cambio en el valor del OUT1 tiene un efecto particular y único en la variable PV1 del proceso.

Los parámetros relacionados con OUT2 son los mismos que los considerados para OUT1 excepto el LIL, que es sustituido por:

- SI - Incremento significativo. Cuando OUT2 tiene un incremento mayor que SI en valor absoluto, el límite incremental de OUT1 no puede ser reducido hacia su valor LIL, dado que esto limitaría la capacidad de OUT1 para compensar el cambio ocurrido en OUT2.

Es importante para el usuario seleccionar apropiadamente el valor de SI para OUT2, de tal forma que los cambios incrementales de OUT2 por debajo de este valor absoluto puedan siempre ser compensados por cambios incrementales de OUT1 por debajo del valor de LIL. Los parámetros relacionados con PERT son iguales a los relacionados con PV1, más el parámetro SI. Todos ellos tienen el mismo significado que ya se ha descrito.

Si seleccionamos el controlador MISO correspondiente a la PV2 y hacemos clic en el botón del Bloque de Control, se visualizará la ventana mostrada en la Figura D.7. Se puede observar que las variables de la columna del lado izquierdo no son las mismas ni tienen el mismo orden. Estas variables ahora son PV2, OUT2, OUT1 y PERT, donde PV2 y OUT2 son respectivamente la variable del proceso y la salida del controlador, mientras que OUT1 y PERT son en este caso las variables de entrada correspondientes.

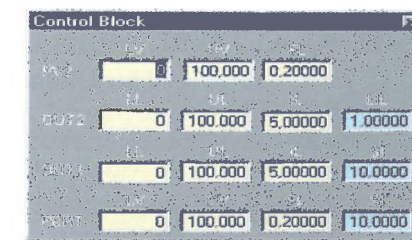


Figura D.7: Ventana de configuración del bloque de control.

D.6.3 Mecanismo adaptativo

Cuando el usuario hace clic en el botón del Mecanismo Adaptativo mostrado en la Figura D.5, si el controlador MISO seleccionado es el que corresponde a la PV1, se mostrará la ventana de configuración de parámetros que aparece en la Figura D.8.

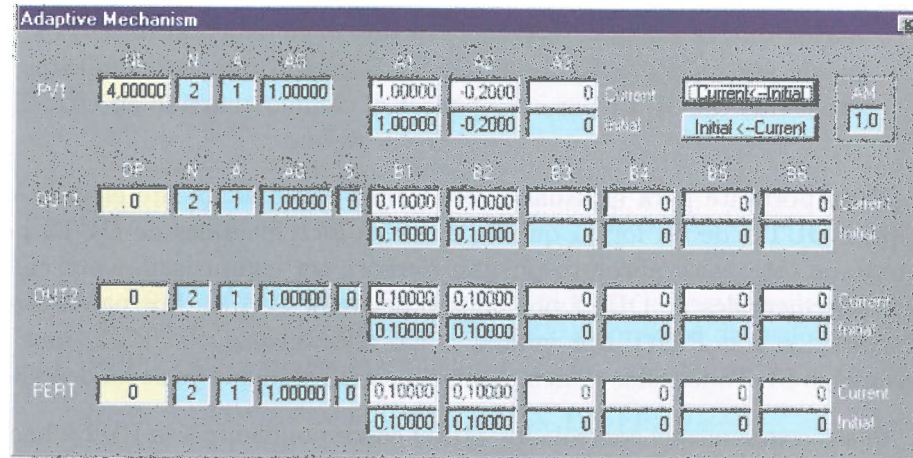


Figura D.8: Ventana de configuración del Mecanismo Adaptativo.

Se puede observar que también en este caso aparece en la ventana una columna de variables en el lado izquierdo, que resultan ser las mismas que las descritas para el Bloque de Control en el apartado anterior. Estas variables son las consideradas en el modelo adaptativo predictivo, usadas por este controlador MISO en el mecanismo adaptativo, que se define en la forma

$$\begin{aligned}
 PV1(k|k-1) = & A1(k-1) \cdot PV1(k-1) + A2(k-1) \cdot PV1(k-2) + \dots \\
 & B1(k-1) \cdot OUT1(k-1-DP) + B2(k-1) \cdot OUT1(k-2-DP) + \dots \\
 & C1(k-1) \cdot OUT2(k-1-DPC) + C2(k-1) \cdot OUT2(k-2-DPC) + \dots \\
 & D1(k-1) \cdot PERT(k-1-DPD) + D2(k-1) \cdot PERT(k-2-DPD) + \dots
 \end{aligned}
 \tag{D.2}$$

donde $PV1(k|k-1)$ representa el valor estimado de PV1 en el instante de control k , obtenido de los datos disponibles hasta el instante anterior $k-1$. Por consiguiente, esta PV1 estimada se obtiene del valor en el instante $k-1$ de los parámetros del modelo AP (A_i , B_i , C_i y D_i) y los valores medidos de PV1, OUT1, OUT2 y PERT en el instante $k-1$ y

en los instantes anteriores. DP, DPC y DPD son enteros que representan el retardo en períodos de control con que un cambio en OUT1, OUT2 y PERT, respectivamente, produce un cambio en el valor de PV1.

El valor de $PV1(k|k-1)$ arriba estimado puede diferir del valor medido de PV1 en el instante k , $PV1(k)$, en un error de estimación $\varepsilon(k)$, que viene dado por

$$\varepsilon(k) = PV1(k) - PV1(k|k-1). \tag{D.3}$$

Los valores de los parámetros A_i , B_i , C_i y D_i en el instante $k-1$ son modificados en el instante k por el Mecanismo Adaptativo usando expresiones de la forma

$$\begin{aligned}
 A_i(k) &= A_i(k-1) + \text{una función de } \varepsilon(k), \\
 B_i(k) &= B_i(k-1) + \text{una función de } \varepsilon(k), \\
 C_i(k) &= C_i(k-1) + \text{una función de } \varepsilon(k), \\
 D_i(k) &= D_i(k-1) + \text{una función de } \varepsilon(k).
 \end{aligned}
 \tag{D.4}$$

Estas funciones están definidas de tal forma que $\varepsilon(k)$ tiende rápidamente hacia cero. Esta adaptación sólo se hace cuando un criterio estadístico indica que $\varepsilon(k)$ es debido a error de modelado (falta de precisión de los parámetros A_i y B_i) y no está causado por ruido de medida o perturbaciones desconocidas. Este aspecto ha sido tratado en el Capítulo 6 del libro.

Los parámetros relacionados con la variable de proceso PV1, en la ventana mostrada en la Figura D.8, son:

- NL - Nivel de ruido, que indica la amplitud máxima de la banda de variación que puede observarse en la PV1 medida mientras OUT1, OUT2 y PERT son constantes y el proceso está en estado estacionario. Estas variaciones pueden originarse por el ruido de medida que actúa en PV y también por el efecto dinámico de otras variables, que no son consideradas en el modelo AP.
- N - Este parámetro se refiere al número de parámetros A_i considerados en el modelo AP. El resto de parámetros del modelo AP mostrados, y no considerados, son ignorados (tratados como si fueran 0).
- A - El valor de este parámetro puede ser 0 - deshabilitando, o 1 - habilitando la adaptación de los parámetros A_i .

- AG - Ganancia de Adaptación. Algunas veces es posible mejorar el rendimiento del mecanismo adaptativo cambiando, sólo con fines de adaptación, el rango interno de variación de algunas variables de E/S. Dicho rango interno de variación se utiliza en los cálculos del mecanismo de adaptación y se define por defecto de 0 a 100 correspondiendo al rango de variación de la variable definida en unidades de ingeniería. Este parámetro, AG, en este caso modificará el rango interno de variación de la PV1 multiplicando su amplitud por defecto. Con ello se pretende que las variaciones en el rango interno de las variables de E/S sean equiparables.
- A1, A2, A3 Current - Los valores de estos parámetros representan el valor actual de adaptación generado por el Mecanismo Adaptativo para los correspondientes parámetros Ai del modelo AP. El usuario no los puede modificar, excepto si usa el botón **Current** ← **Initial**, en cuyo caso los parámetros cambiarán a los valores guardados en A1, A2 y A3 Initial.
- A1, A2, A3 Initial - Los valores de estos parámetros son los introducidos por el usuario para ser los valores iniciales de los parámetros del modelo AP antes de que el Mecanismo Adaptativo haya empezado a funcionar. El usuario puede reemplazarlos en cualquier momento por los valores actuales ("Current") de los parámetros del modelo AP haciendo clic en el botón **Initial** ← **Current**.

Los parámetros relacionados con la salida OUT1 del controlador MISO seleccionado en la ventana de la Figura D.8 son:

- DP - Períodos de Retardo. Un cambio en OUT1 requerirá un cierto número de períodos de control antes de empezar a producir un cambio en PV1. Este número de períodos de control menos 1 es lo que se llama períodos de retardo.
- N, A, AG - Los valores de estos parámetros tienen un significado para OUT1, y sus parámetros asociados Bi en el modelo AP, equivalente al descrito previamente para PV1.
- S - Signo de la ganancia estática del proceso, que se configurará igual a 1 si la respuesta estacionaria de la salida del proceso, en términos de la variable del proceso PV1, para un incremento positivo de la salida

OUT1 del controlador, presenta también un incremento positivo. En caso opuesto, S se configurará igual a -1. El valor de S se usa internamente para diagnosticar un resultado indeseable en la actuación actual del Mecanismo Adaptativo. Bajo un funcionamiento satisfactorio del mecanismo de adaptación, del valor actual de los parámetros del modelo AP debería obtenerse un valor positivo de la ganancia estática. Para asegurar esto, el valor de S se usa internamente como un multiplicador de los parámetros Bi. Cuando la ganancia estática que se obtiene es negativa, puede tener lugar una re-inicialización de los parámetros actuales del modelo AP. El usuario puede deshabilitar esta comprobación de seguridad interna poniendo a cero el valor de S.

- B1 a B6 Current - Los valores de estos parámetros representan el valor actual de adaptación generado por el Mecanismo Adaptativo para los correspondientes parámetros Bi del modelo AP. El usuario no los puede modificar, excepto usando el botón **Current** ← **Initial**, en cuyo caso los parámetros cambiarán a los valores guardados en B1 hasta B6 Initial.
- B1 a B6 Initial - Los valores de estos parámetros son los introducidos por el usuario para ser los valores iniciales de los parámetros Bi del modelo AP antes de que el Mecanismo Adaptativo haya empezado a funcionar. El usuario puede reemplazarlos en cualquier momento por los valores actuales de los parámetros Bi del modelo AP haciendo clic en el botón **Initial** ← **Current**.

En la ventana de la Figura D.8, los parámetros relacionados con las entradas OUT2 y PERT del controlador MISO seleccionado están bajo las mismas etiquetas usadas para OUT1, porque son, para OUT2 y PERT respectivamente, parámetros equivalentes a los considerados previamente para OUT1. Así, DPC y DPD, que son los períodos de retardo correspondientes para OUT2 y PERT, están bajo la etiqueta DP, y los parámetros Ci y Di del modelo AP están, en el orden apropiado, debajo de las etiquetas desde la B1 hasta la B6.

Asimismo, los valores del signo bajo la etiqueta S son usados para diagnosticar un rendimiento indeseable del Mecanismo Adaptativo, pero en este caso no fuerzan la reinicialización del modelo AP.

La ventana de la Figura D.8 también muestra la siguiente variable:

- AM - Mecanismo Adaptativo. Este parámetro gradúa la velocidad de adaptación de los parámetros del modelo AP entre desactivada, cuando AM es 0, y máxima cuando AM es 1.

Finalmente, es importante observar que si está seleccionado el controlador MISO correspondiente a la PV2, cuando se hace clic en el botón del Mecanismo Adaptativo, se mostrará la ventana de la Figura D.9. La interpretación de esta ventana es equivalente a la anteriormente descrita para la Figura D.8, teniendo en cuenta que las variables de la columna del lado izquierdo tienen los mismos nombres y en el mismo orden que las ya observadas en la ventana de configuración del Bloque de Control presentada en el apartado anterior en la Figura D.7.

	NL	N	A	AG	S	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
PV2	4.00000	2	1	1.00000		1.00000	-0.2000	0				
OUT2	0	2	1	1.00000	0	0.10000	0.10000	0	0	0	0	0
OUT1	0	2	1	1.00000	0	0.10000	0.10000	0	0	0	0	0
PV1	0	2	1	1.00000	0	0.10000	0.10000	0	0	0	0	0

Figura D.9: Ventana de configuración del Mecanismo Adaptativo.

D.6.4 Bloque experto

Las variables que se ven en el Bloque Experto, previamente mostrado en la Figura D.5, son las siguientes:

- UDL - Límite Superior del Dominio, que define el límite superior para el dominio de configuración seleccionado.
- LDL - Límite Inferior del Dominio, que define el límite inferior del dominio de configuración.

Si hacemos clic sobre el Bloque Experto aparecerá una pequeña ventana que se muestra en la Figura D.10.

Figura D.10: Ventana de configuración del Bloque Experto.

Esta ventana del Bloque Experto permite al usuario configurar los siguientes parámetros:

- TR - Tiempo de Residencia. El valor introducido en este recuadro determinará el número de períodos de control que el modelo AP necesita para adquirir los datos mínimos (valores de E/S) que le permitan iniciar el cálculo de la señal de control. El valor por defecto es -1 y en este caso, el sistema por sí mismo calculará el número mínimo de períodos de control necesarios para rellenar todas las variables del modelo AP con datos significativos, antes de realizar el cálculo de la señal de control. Si el valor asignado a TR es menor que dicho número mínimo, el modelo AP empezará a hacer cálculos asumiendo que los valores anteriores de las variables del modelo AP, para los que no hay información, son iguales a los correspondientes últimos valores adquiridos.
- EM - Modo de Entrada. El valor de este parámetro determinará qué valores tomarán los parámetros actuales del Modelo AP cuando el valor de salida del proceso del controlador MISO seleccionado, en este caso PV1, pase desde un cierto dominio al dominio de configuración AP seleccionado. Hay 4 opciones diferentes que corresponden a los siguientes valores de EM:
 - (0) Dejando el valor 0 (valor por defecto), el Bloque Experto reiniciará los parámetros actuales del Modelo AP a los valores iniciales asignados para el dominio seleccionado.
 - (1) El Bloque Experto reiniciará los valores de los parámetros actuales del Modelo AP a los últimos valores actuales que tenían en el dominio seleccionado.

- (2) Si la PV viene de un dominio AP, los parámetros actuales del modelo AP mantienen los últimos valores actuales que tenían en dicho dominio AP. Si la PV viene de un dominio EX, los valores de los parámetros actuales se reiniciarán a sus valores iniciales de forma automática.
- (3) Si la PV viene de un dominio AP, los parámetros actuales mantienen los últimos valores actuales que tenían en dicho Dominio AP, como en el punto número 2. Si la PV viene de un dominio EX, los valores de los parámetros actuales mantendrán sus últimos valores actuales en el dominio seleccionado.

D.6.5 Bloque conductor

El Bloque Conductor tiene dentro un campo etiquetado "RC":

- RC - Velocidad de Cambio. Este parámetro limita la velocidad de cambio de la trayectoria que conduce la salida del proceso hacia la consigna. El valor de RC se introduce en unidades de ingeniería por período de control. Como se mencionó anteriormente en el Apartado D.3, la velocidad de cambio puede ser establecida interna o externamente por la lógica del Host. El procedimiento es el siguiente:
 1. Si el usuario establece un incremento positivo en unidades de ingeniería bajo esta etiqueta, este incremento determinará la velocidad de cambio en el funcionamiento del controlador MISO correspondiente.
 2. Si el usuario pone un cero bajo esta etiqueta, entonces la velocidad de cambio será determinada por la lógica del Host y transferida a través del pin correspondiente del operador.

Si hacemos clic sobre el botón del Bloque Conductor aparecerá una pequeña ventana como la presentada en la Figura D.11. Esta ventana permite al usuario configurar los siguientes parámetros:

- PH - Horizonte de Predicción. Este parámetro determina el horizonte de predicción en el que se definirá la trayectoria de salida deseada proyectada para el proceso. La correspondiente señal de control del

proceso OUT1 para el sistema MISO seleccionado se calculará para hacer que la variable del proceso predicha iguale a la variable del proceso deseada al final del horizonte de predicción.

- TC - Constante de Tiempo. Este parámetro determina la constante de tiempo en períodos de control de la trayectoria deseada por defecto generada por el bloque conductor por medio de un modelo de segundo orden con una ganancia estática y un factor de amortiguamiento igual a 1. Por ejemplo, si se elige TC igual a 1.5 períodos de control, la salida deseada del proceso tardará cerca de unos 9 períodos de control en conseguir un cambio de consigna sin sobreoscilaciones.

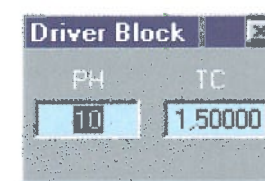


Figura D.11: Ventana de configuración del Bloque Conductor.

D.6.6 El operador ADEX

Cuando el usuario hace clic en el botón del operador ADEX de la Figura D.5, se visualizará el Operador ADEX como se muestra en la Figura D.12 (parte superior derecha), en la que también se ven las ventanas del Bloque de Control y del Mecanismo Adaptativo.

Se puede observar en la Figura D.12 que el operador ADEX muestra los valores en tiempo real de las señales de E/S del controlador MISO seleccionado, en este caso PV1, SP1, AI1, PERT y OUT1, aunque las etiquetas correspondientes no muestren el número (1) del controlador MISO. Así que la única variable de E/S que no se encuentra en el Operador ADEX es OUT2, aunque su valor en tiempo real puede verse en la ventana del Controlador ADEX. De forma similar, si fuera seleccionado el controlador MISO número 2, la única variable de E/S que no se encontraría en el Operador ADEX sería OUT1.

Adicionalmente, se puede observar que el Operador ADEX muestra dos variables MODE. La variable MODE de la izquierda es la señal recibida

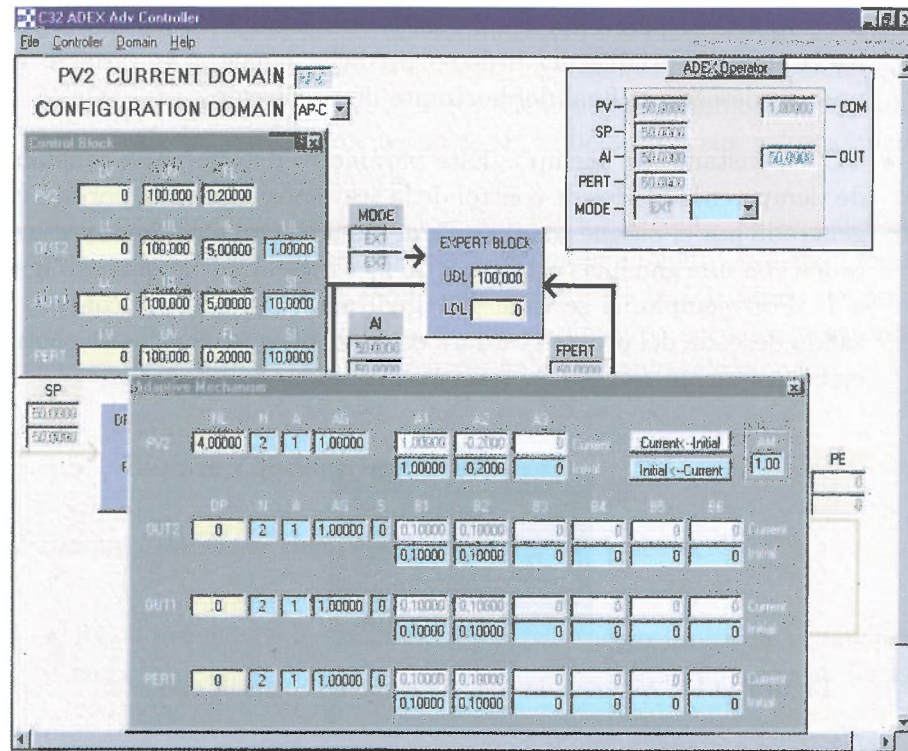


Figura D.12: Ventana del Operador ADEX (parte superior derecha).

desde el sistema Host, mientras que la de la derecha es una variable de modo interna que el usuario puede poner a "Auto" usando el botón de flecha asociado. Cuando se hace esto, el modo de control continúa siendo "External", es decir, la señal de control OUT sigue a la señal real de entrada AI generada por el sistema Host, pero se pone en funcionamiento un modo "Control AP Interno" ("Internal AP Control") como muestra la Figura D.13. Este modo AP interno hace que el control adaptativo predictivo comience a funcionar, es decir, que funcionen el Bloque Conductor, el Bloque de Control y el Mecanismo Adaptativo, aunque la señal del control adaptativo predictivo no se aplique todavía al proceso. En este caso, el Operador ADEX muestra dos valores SP y dos valores OUT, como se ve también en la Figura D.13.

El valor SP usado para el cálculo del control interno adaptativo predictivo, es el de la izquierda, proporcionado por el Sistema Host, si coincide con el valor de la derecha. Sin embargo, el valor SP de la derecha (SP

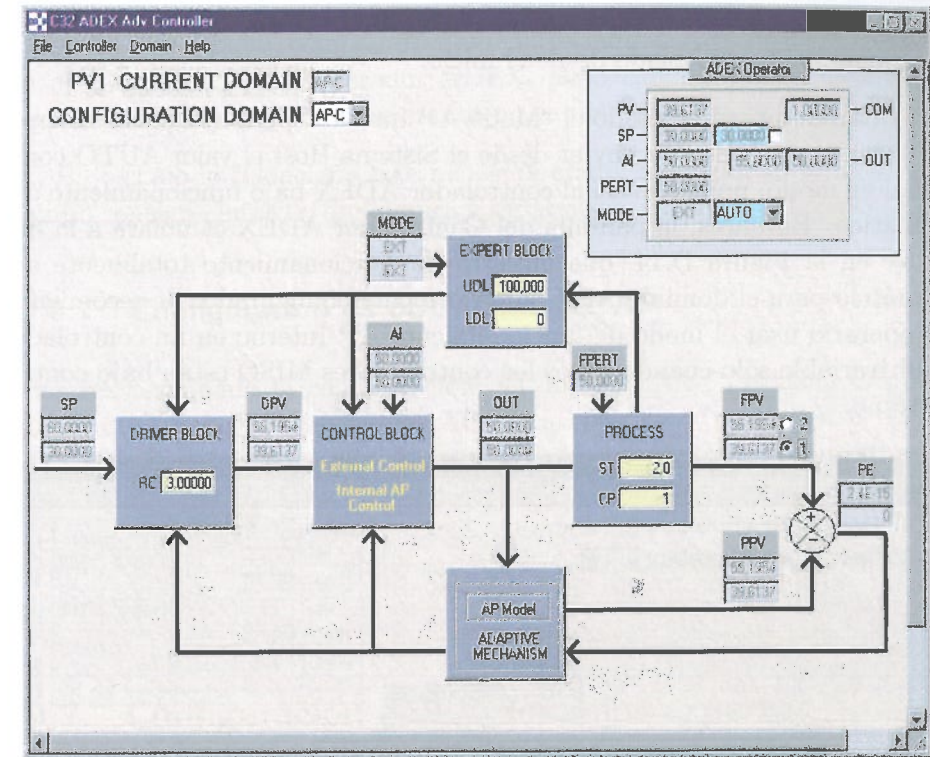


Figura D.13: Ventana del Operador ADEX (parte superior derecha) y del Controlador ADEX funcionando en modo "Control AP Interno" ("Internal AP Control").

Interno) puede ser forzado por el usuario a un valor distinto. Esto puede lograrse haciendo clic en el pequeño cuadrado a la derecha de los dos valores SP y cambiando el valor del SP interno, que será el usado en los cálculos internos del control adaptativo predictivo.

El valor OUT de la derecha es el que se envía al proceso y es producido por el Sistema Host, mientras que a la izquierda aparece el valor de la señal de control interna generada por el control adaptativo predictivo.

Este modo de funcionamiento interno puede entenderse como un tipo de "entrenamiento" para el control adaptativo predictivo antes de ser aplicado al proceso. Esto permite al usuario observar la evolución de los parámetros y las variables del controlador, por ejemplo, para ver cómo el error de predicción PE tiende a cero y los parámetros del modelo AP hacia valores concretos. De esta forma el usuario puede ajustar fácilmente el sistema

antes de aplicar su acción de control adaptativo predictivo y asegurar un funcionamiento apropiado desde el inicio.

Una vez que se ha usado el "Modo AP Interno" para ajustar el sistema, el usuario puede decidir enviar desde el Sistema Host el valor AUTO como señal de modo, poniendo así al controlador ADEX bajo funcionamiento automático. Entonces, la pantalla del Controlador ADEX cambiará a la que se ve en la Figura D.14, que muestra un funcionamiento totalmente automático para el dominio AP-C anteriormente configurado. Se recomienda al operario usar el modo de funcionamiento AP Interno en un controlador multivariable sólo cuando todos los controladores MISO están bajo control externo.

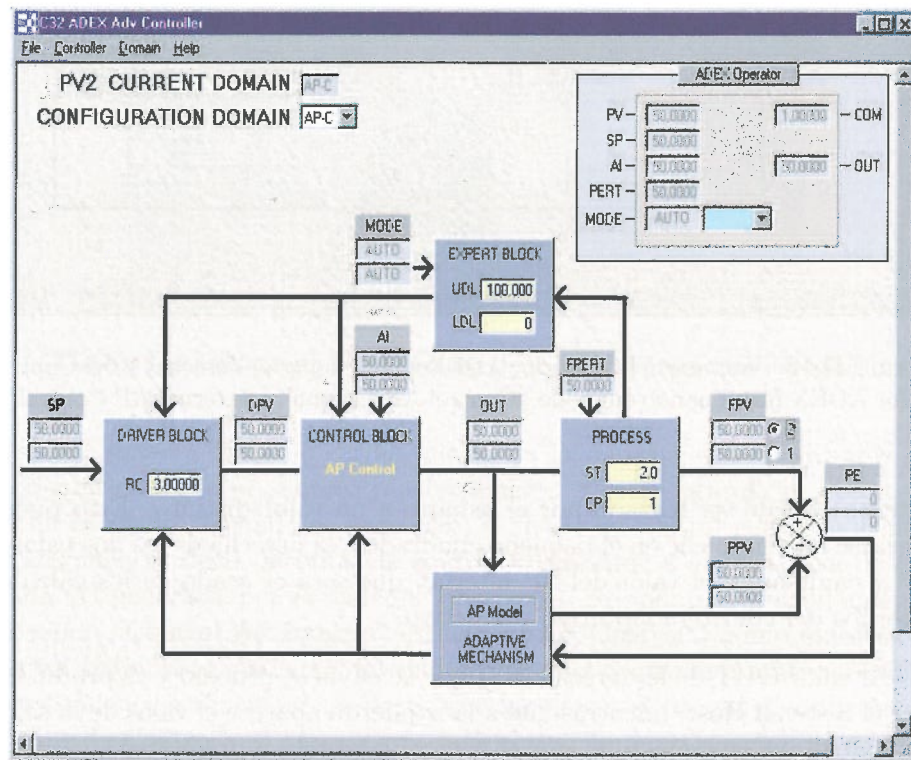


Figura D.14: Ventana del Operador ADEX (parte superior derecha) y del Controlador ADEX funcionando en modo automático.

De forma similar, mientras el controlador está bajo modo Auto, el operario podrá activar desde el operador ADEX, un modo "Interno Manual" (MAN) y un modo "Consigna Interna" (INT.SP) para el controlador MISO

seleccionado. En el primer caso, el operario puede determinar la salida OUT del controlador cambiando desde el teclado el valor correspondiente en el campo OUT del operador ADEX. Bajo este modo, el valor OUT permanecerá constante si el operador no cambia dicho valor.

Bajo el modo "Consigna Interna", el operario puede forzar el valor en el campo consigna interna, que pasará a ser la nueva consigna del controlador.

D.6.7 Configuración de otros dominios AP

Una vez terminada la configuración del dominio AP-C, el usuario puede querer configurar otros dominios AP. Para hacer esto, puede hacer clic en la flecha asociada al dominio de configuración mostrado en la ventana del Controlador ADEX. De esta forma se visualizarán los diferentes dominios adicionales que pueden configurarse, como se muestra en la Figura D.15. El usuario puede elegir configurar un nuevo dominio superior (AP-U) o inferior (AP-L).

D.7 Configuración de los dominios expertos

Si el usuario desea configurar un dominio experto, estando en una ventana como la de la Figura D.15, puede hacer clic en el dominio seleccionado, por ejemplo EX-U, y el sistema mostrará una pantalla como la que aparece en la Figura D.16. En este caso, sólo permanecen activos tres bloques para configurar: de Proceso, Experto y de Control.

El valor de los parámetros que se muestran en el Bloque Experto puede ser cambiado por el usuario para determinar los límites superior (UDL) e inferior (LDL) del dominio experto seleccionado. El usuario puede cambiar también los valores de ST (tiempo de muestreo) y CP (período de control) para el dominio seleccionado en el Bloque de Proceso como se ha explicado en el Apartado D.6.1.

Si el usuario hace clic en el Bloque de Control, se visualizan dos ventanas de configuración de parámetros, como se muestra en la Figura D.17.

La ventana de la izquierda en la Figura D.17 muestra los valores por defecto de las variables LV, UV y FL (relacionados con PV1) y LL, UL e IL (relacionados con OUT1 y OUT2). Además, la ventana muestra los

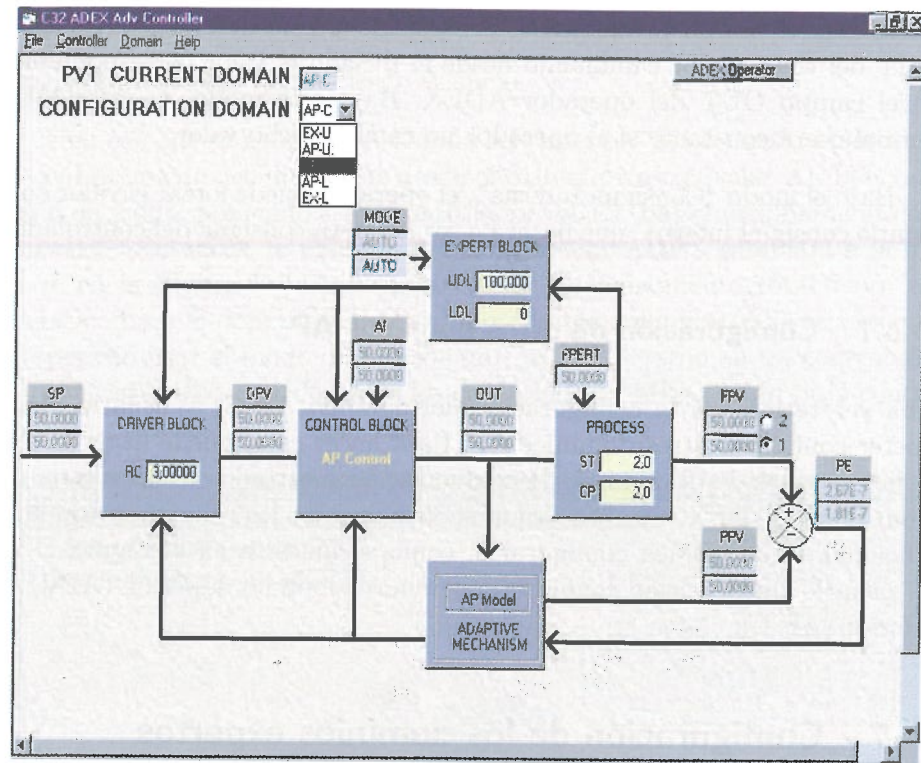


Figura D.15: Ventana del dominio AP a configurar.

valores por defecto de LV, UV y FL relacionados con PERT. El usuario puede introducir, para el dominio seleccionado, los cambios que desee para todos estos parámetros, cuyos significados ya se han descrito en el Apartado D.6.2.

La ventana en la parte inferior de la Figura D.17 muestra los parámetros de la Versión Abreviada en la aplicación del control experto. Si se selecciona esta versión, estos parámetros determinarán la acción de control calculada por el controlador ADEX cuando la variable del proceso evoluciona en este dominio. El significado de los valores que el usuario puede introducir bajo las diferentes etiquetas y el modo en que se calcula la señal del control experto se explican en los siguientes puntos:

- OUT1 - Este es el valor de la señal de control que el controlador ADEX bajo Modo Automático generará en principio, mientras PV1 está en el dominio experto considerado.

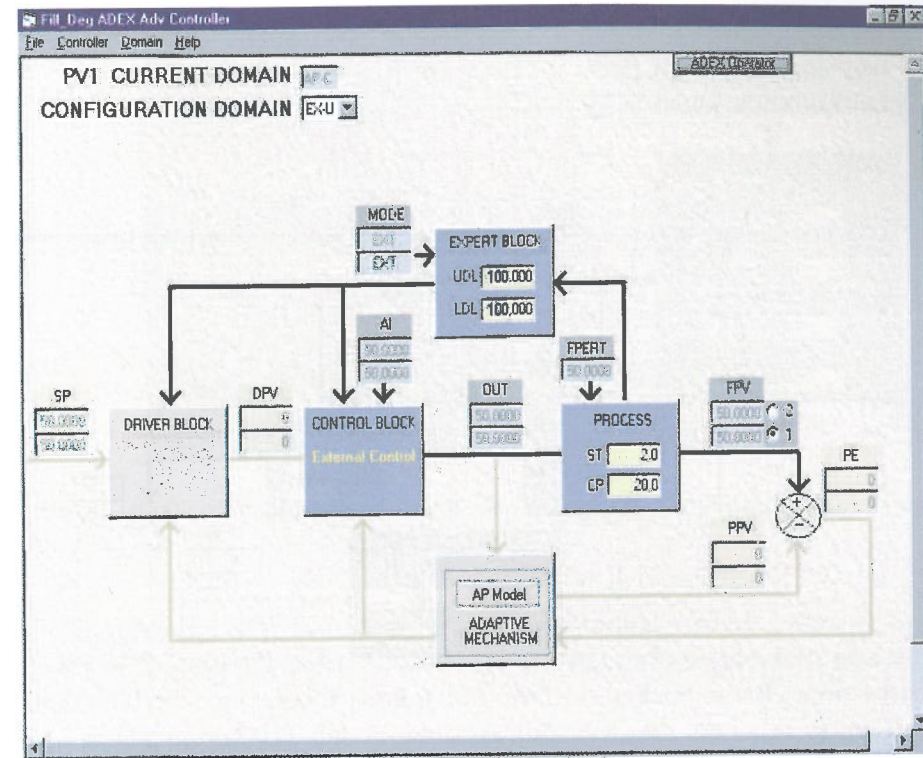


Figura D.16: Ventana de configuración de un dominio experto.

- INCOUT1 - Este valor será añadido al valor de señal de control anterior de forma periódica si la PV1 no abandona el dominio experto.
- WT1 - Este es el valor del período de tiempo en segundos que determinará la acción incremental previamente considerada en la señal de control.

El usuario siempre puede usar el botón de Reset para volver a introducir un nuevo conjunto de valores en la ventana de la Versión Abreviada.

Si el usuario prefiere configurar la Versión Completa del control experto, puede hacer clic en la Botón FULL de la ventana de la Versión Reducida, y el sistema mostrará la ventana que se presenta en la Figura D.18.

La ventana de la Versión Completa muestra columnas de valores bajo cada una de las etiquetas que se han considerado anteriormente para la

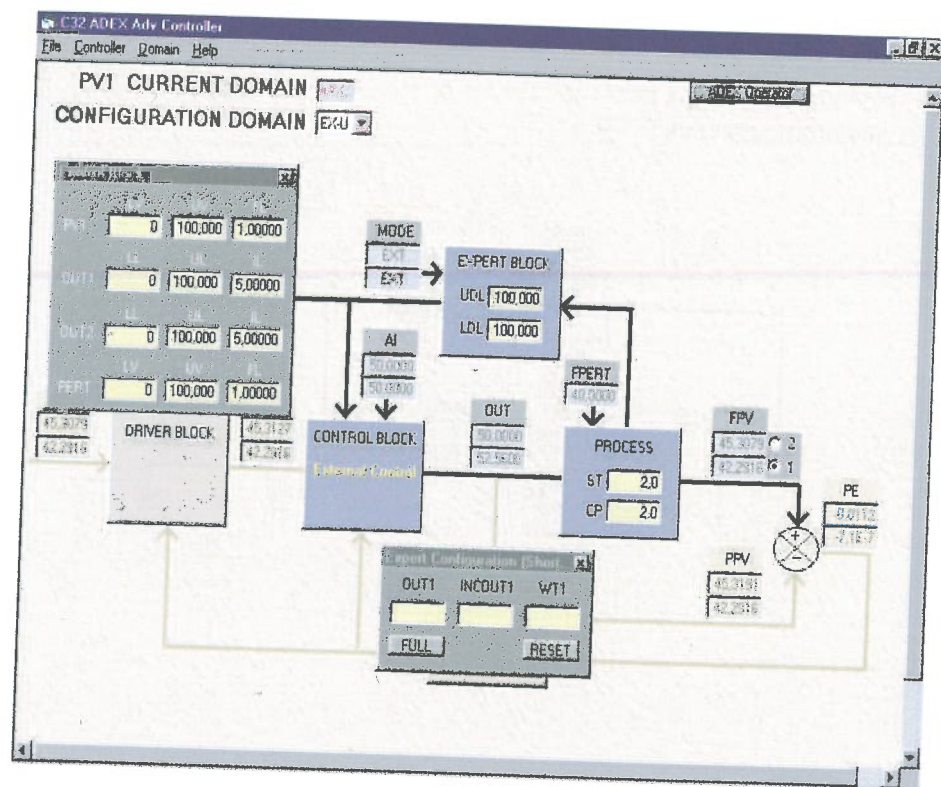


Figura D.17: Ventanas de configuración de parámetros en un dominio experto.

Versión Reducida, más columnas adicionales bajo las etiquetas PV1, PV2 y PERT1. Los valores de OUT1, INCOUT1 y WT1 en una fila concreta se usarán para calcular la señal de control OUT1, tal como se ha descrito en la Versión Reducida, si los valores de las mediciones de PV1, PV2 y PERT1 son los que se encuentran en la izquierda en la misma fila o en la inmediatamente superior. Así, si los valores medidos de PV1, PV2 y PERT son iguales a los valores mostrados en las filas primera, tercera y cuarta, respectivamente, la cuarta fila de los valores de OUT1, INCOUT1 Y WT1 se usará para calcular la señal de control experto.

Si los valores de las medidas de PV1, PV2 y PERT están entre los valores mostrados en la tabla, se usa una interpolación lineal para calcular la señal de control experto. La opción de reiniciar está también disponible en esta versión.

Mientras el controlador está bajo modo Auto, el operador podrá activar

PV1	PV2	PERT1	OUT1	INCOUT1	WT1
100.000	80.0000	85.0000	30.0000	-5.0000	20.0000
		90.0000	35.0000	-4.5000	25.0000
	90.0000	85.0000	35.0000	-4.0000	25.0000
		90.0000	40.0000	-4.0000	30.0000
70.0000	80.0000	85.0000	40.0000	-3.0000	30.0000
		90.0000	45.0000	-3.2000	35.0000
	90.0000	85.0000	50.0000	-3.0000	30.0000
		90.0000	50.0000	-2.5000	40.0000

SHORT RESET

Figura D.18: Ventana de configuración de la Versión Completa del control experto.

desde el operador ADEX, un modo "Interno Manual" (MAN) para el controlador MISO seleccionado. En este caso, el operario puede determinar la salida OUT del controlador cambiando desde el teclado el valor correspondiente en el campo OUT del operador ADEX. En este modo, el valor OUT permanecerá constante si el operario no lo cambia.

D.8 Configuración general de controladores ADEX

Los apartados anteriores han mostrado, como ejemplo ilustrativo, el procedimiento para configurar un controlador ADEX 3x2. Los controladores ADEX incluidos en el software ADEX COP objeto de este manual, con una menor estructura de E/S, pueden ser considerados como casos particulares del controlador 3x2 en los que no están presentes una o más variables de E/S. Así, en el controlador 2x2, no está presente la variable PERT del controlador 3x2. En el controlador 3x1, el controlador MISO número 2 no está presente, y la variable OUT2, presente en el controlador MISO número 1 de los controladores 3x2, es reemplazada por una variable PERT. Así el controlador 3x1 incluye dos PERTs: PERT1 y PERT2. Finalmente, los controladores 2x1 y 1x1 son casos particulares de un controlador 3x1, en los que no está presente una o dos PERTs, respectivamente.

Por otro lado, el controlador 3x3 tiene tres controladores MISO que

son equivalentes a los controladores MISO del controlador 3×2 excepto por el hecho de que la variable PERT se reemplaza por OUT3, que será la señal de salida del control del controlador MISO número 3.

Así las configuraciones de todos los controladores ADEX COP se deducen fácilmente de la configuración del controlador 3×2 considerada anteriormente.

D.9 Dominios actual y de configuración

La ventana del Controlador ADEX siempre activará para su configuración los bloques ADEX relacionados con el dominio de configuración correspondiente (los otros aparecen tenues), pero también mostrará el modo de funcionamiento del Controlador ADEX en el correspondiente dominio de operación ("Actual Domain"). Así, el usuario puede estar configurando un dominio experto, pero el modo de funcionamiento del controlador mostrado en la ventana, cuando el dominio de operación es un dominio AP, puede ser "Externo" o "Externo con Control AP Interno" o "Auto" (Control AP).

Del mismo modo, el usuario puede estar configurando un dominio AP, pero si el dominio real es un dominio experto, el modo de funcionamiento del controlador mostrado en la ventana del Controlador ADEX puede ser "Externo", "Externo con Control Experto Interno" o "Auto" (Control Experto).

En ambos casos los modos internos pueden obtenerse usando las capacidades de configuración del Operador ADEX, como se ha explicado en el Apartado D.6.6. Lógicamente, en el caso del Control Experto Interno, no aparecerá una consigna interna en el operador ADEX ya que no se requiere.

Referencias

- [ADDG77] M. Athans, D. Castañon, K.P. Dunn, C.S. Greene, W.H. Lee, N. Sandell y A.S. Willsky, The stochastic control of the F-8 aircraft using a multiple model adaptive control method. Part I: equilibrium flight, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. AC-22(5), 768-780, 1977.
- [AE71] K.J. Aström P. Eykhoff, System identification, a survey, *Automatica*, Vol. 7, 123-167, 1971.
- [AF66] M. Athans y P.L. Falb, *Optimal Control*, McGraw Hill, New York, USA, 1966.
- [AFS92] A. Afshari, A. Fausse y S. Sorasi, A predictive control scheme for automatic management of domestic gas heating, *Proc. of IGRC Conference*, Orlando, Florida, USA, 381-391, 1992.
- [AGW98] P. Ansay, M. Gevers y V. Wertz, Enhancing the robustness of GPC via a simple choice of the Youla parameter, *European Journal of Control*, Vol.4, 64-70, 1998.
- [AHS84] K.J. Aström, P. Hagander J. Sternby, Zeros of sampled systems, *Automatica*, Vol. 20(1), 31-38, 1984.
- [AK77] G. Alag y H. Kaufman, An implementable digital adaptive flight controller designed using stabilized single-stage algorithms, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. AC-22(5), 780-788, 1977.
- [Ast70] K.J. Aström, *Introduction to Stochastic Control Theory*, Academic Press, New York, USA, 1970.
- [AW73] K.J. Aström y B. Wittenmark, On self-tuning regulators, *Automatica*, Vol. 9, 185-199, 1973.